Atom- und Molekülphysik SoSe 2007 (Prof. Heyne)

Übung Nr. 3:

Abgabe bei Dr. Henk Fidder, fidder@physik.fu-berlin.de

1.) Berechnen Sie den Erwartungswert für folgende Verteilungen und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Mittelwert:

a) f(x)=x auf dem Intervall [0,b] (1)

b) g(x)=c auf dem Intervall [a,b] (0,5)

c) diskrete Verteilung h(1)=1, h(2)=2, h(3)=1, sonst null (0,5)

d) diskrete Verteilung j(1)=1, j(2)=2, j(4)=1, sonst null (0,5)

2.) Zeigen Sie, dass die Eigenwerte eines hermitischen Operators reell sind: (1)

3.) Zeigen Sie, dass Eigenfunktionen zu verschiednen Eigenwerten eines hermitischen Operators orthogonal sind. (1)

4.) Zeigen Sie, dass wenn [H,u]=0 für zwei lineare Operatoren gilt, dann haben H und u gemeinsame Eigenfunktionen. (1)

5.) Zeigen Sie, dass die Gruppengeschwindigkeit υ_{gr} mit $\upsilon_{gr} = \dfrac{d\langle \vec{r} \rangle}{dt}$ gegeben ist durch $\langle \vec{\nabla}_k \omega \rangle$. Benutzen Sie hierfür die Fouriertransformierte $\langle \Psi | \vec{r} \Psi \rangle = \langle \tilde{\Psi} | i \vec{\nabla}_k \tilde{\Psi} \rangle$ (2,5)

6.) Zeigen Sie, dass für eine gaußförmige Intensitätsverteilung $I(t) = \exp(-\frac{1}{2}(\frac{t}{\tau_G})^2)$ gilt:

$\tau_p=(2\ln 2)^{1/2}\ \tau_G$, $\Delta\omega=(2\ln 2)^{1/2}/\ \tau_G$, und $c_B \approx 0.441$ (2)