

7 Übungsblatt zur Experimentalphysik IV

16. Interferometer

Wir betrachten verschiedene Interferometer, mit denen Interferenz von Materiewellenfelder nachgewiesen werden kann.

- Mach-Zehnder-Interferometer (M. E. Pritchard): Hierbei kann man ein optisches und ein Atom-Interferometer unterscheiden. Wir betrachten das Atom-Interferometer, wobei dieses mit Gittern arbeitet. Hierbei wird der Atomstrahl, der auf ein Gitter trifft durch Beugung in mehrere Teilstrahlen aufgespalten, diese treffen auf ein zweites Gitter, welches als "Spiegel" wirkt und zwei Teilstrahlen auf ein drittes Gitter "fokussiert". Hinter diesem kann man die Interferenz beobachten (z.B. direkt auf einem Schirm oder durch Koinzidenz verschiedener Strahlen). Die wesentlichen Größen beim MZ-IF sind die Separation der Gitter (Abstand zwischen den Gittern, bei Pritchard $\approx 0.6\text{ m}$, auf Grund des geringen Aufspaltungswinkels des Atomstrahls) sowie die Gitterkonstante (bei Pritchard $\approx 200\text{ nm}$). Natürlich spielt auch die Anordnung eine Rolle, da hiermit die Intensität (durch Auswahl der jeweiligen Beugungsordnung, bzw.) durch Aussortierung durch geeignete Felder beeinflusst werden kann.

- Doppelspalt-Interferometer dies ist das klassische Interferometer, wobei durch einen Doppelspalt die Interferenz beobachtet werden kann. Hierbei ist der wichtigste Faktor der Abstand der beiden Spalte (wird oft mit d bezeichnet). Dieser kann durch Wahl des Doppelspalt beeinflusst werden. Zudem besteht die Möglichkeit, das Verhältnis von Spaltbreite (meist mit a bezeichnet) und Abstand der Spalte zu wählen. Wobei zumeist die Spaltbreite kleiner als der Spaltabstand gewählt wird und dann zum Teil vernachlässigt werden kann (für $a \ll d$).

- Beugung an einem Lichtgitter, bzw. einer stehenden Welle, welches erweiterbar ist, auf eine Beugung an zwei stehenden Wellen, die dann zusätzlich wie ein Doppelspalt wirken, dies wurde durch die Gruppe von Dürr/Rempe verwirklicht. Das Experiment wurde von diesen mit sehr kalten Rb-Atomen durchgeführt, die im freien Fall durch diese/s Lichtgitter gefallen sind. Dabei umfasst der Versuch Gitterbeugung und Doppelspaltbeugung. Somit sind die wichtigsten Einflussfaktoren der Abstand der "Spalte" (d), der über den zeitlichen Abstand bzw. je nachdem wie die Apparatur beschaffen ist, durch den Abstand der Lichtgitter beeinflusst wird. Die "Spalte" bzw. "Gitterspalte" sind durch die Knoten der stehenden Lichtwelle gegeben. Durch die Variation der Frequenz (ν) bzw. Wellenlänge (λ) kann man somit die Gitterkonstante bestimmen, wobei dies nicht unbegrenzt möglich ist, da die Wechselwirkung mit der Materie zu beachten ist, die mit der Frequenz/Wellenlänge korreliert ist.

17. Vergleich zwischen Atomen und Photonen

Allgemein gilt die de-Broglie-Beziehung für alle Teilchen, mit:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p}$$

hierbei ist h eine Konstante, d.h. nur p könnte einen Einfluß haben, da aber die Impulse von Photon und Atom identisch sein sollen, so muss auch ihre Wellenlänge identisch sein. Jedoch erhalten wir für die Impulsvektoren unterschiedliche Ausdrücke, für ein Photon gilt:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

mit $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$, während für ein Atom:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

bzw. genauer, da diese Angabe klassisch war und somit nur eine Näherung für “langsame” Atome darstellt, bzw. massebehaftete Teilchen allgemein, gilt:

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

mit $\gamma = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Alternativ können wir auch folgende Betrachtung nutzen, wobei die Wellenlängen trotzdem gleich bleiben, jedoch wir etwas genauer die Beträge der Impulse bestimmen. Hierzu bestimmen wir die Wellenlänge des Atoms/massebehafteten Teilchens über folgende Ansätze:

$$E^2 = p^2 c^2 + E_0^2$$

und

$$E = E_0 + E_{Kin}$$

mit $E_0 = m_e c^2$, $E_{Kin} = \gamma m_0 c^2$ und $p = \frac{h}{\lambda}$. Wir quadrieren die zweite Gleichung und erhalten:

$$E^2 = E_0^2 + 2E_0 E_{Kin} + E_{Kin}^2$$

nun können wir E^2 einsetzen und erhalten:

$$E_0^2 + 2E_0 E_{Kin} + E_{Kin}^2 = p^2 c^2 + E_0^2$$

hier kürzt sich das E_0^2 und wir können für den Impuls $p = \frac{h}{\lambda}$ einsetzen um:

$$E_{Kin}(2E_0 + E_{Kin}) = \frac{h^2 c^2}{\lambda^2}$$

zu erhalten. Umstellen nach λ liefert nun:

$$\lambda_{Atom} = \frac{hc}{\sqrt{E_{Kin}(2E_0 + E_{Kin})}}$$

Für die Wellenlänge des Atoms in Abhängigkeit der Energie.

Betrachten wir nun noch einmal die Beträge der Impulse und die De-Broglie-Beziehung, somit folgt, da Photonen keine Masse besitzen, dass sie von massebehafteten Teilchen, wie im Fall eines Atomstrahls, zu unterscheiden sind, zumindest in dem Sinne, dass ihnen eine andere "Art" Impuls innewohnt, der nicht auf die Ruhemasse zurückzuführen ist, da sie keine Ruhemasse besitzen. Für Photonen folgt, wie man direkt aus dem Betrag des Impuls ablesen kann:

$$p_{photon} = \frac{h2\pi}{2\pi\lambda_{photon}} \Leftrightarrow \lambda_{photon} = \frac{h}{p_{photon}}$$

Betrachten wir den Betrag des Atom-Impulsvektors, so folgt:

$$p = \gamma mv \Leftrightarrow \lambda_{atom} = \frac{h}{p_{atom}}$$

mit:

$$\lambda_{Atom} = \frac{hc}{\sqrt{E_{Kin}(2E_0 + E_{Kin})}}$$

folgt:

$$\frac{c}{\sqrt{E_{Kin}(2E_0 + E_{Kin})}} = \frac{1}{p_{atom}} \Leftrightarrow p_{atom} = \frac{1}{c} \sqrt{E_{Kin}(2E_0 + E_{Kin})}$$

als weitere Möglichkeit den Betrag des Impulses auszudrücken.

18. EPRB Gedankenexperiment

schematische Zeichnung des EPRB:

(a)

Es existiert eine Art Spin-Erhaltung, diese ist eine quantenmechanische Eigenschaft und ähnlich zur Drehimpuls-/Energieerhaltung der klassischen Mechanik, darf jedoch nicht als äquivalent angesehen, da der Spin im Gegensatz zum klassischen Bild quantisiert ist

und nicht jeden möglichen Zwischenzustand einnehmen kann. Die Spins der Teilchen beim EPRB sind somit korreliert und besitzen entgegengesetzte Spins. Die Detektoren eines Stern-Gerlachs-Apparates erzeugen inhomogene Magnetfelder. Diese nutzen die magnetischen Eigenschaften des Spins aus, um so eine Auftrennung des Strahls zu erzielen. Der Strahl teilt sich im Falle von Spin-1/2 Teilchen in 2 Teilstrahlen auf. Im Falle von Spin-1 Teilchen z.B. in 3 Teilstrahlen und soweit. Die Realisation kann durch drehen der Apparatur erzeugt werden, die Aufspaltung des Strahles in zwei diskrete Teilstrahlen findet dennoch statt, wobei die Abbildung dieser dann auch gedreht wird. Dies ist klassisch nicht erklärbar, da wir klassisch von einer Verteilung in alle Richtungen des Drehimpulses ausgehen würden, wir betrachten jedoch den Spin und für Spin-1/2 Teilchen gibt es nur zwei mögliche Zustände.

(b)

Ein Teilchen durchfliegt einen Stern-Gerlach-Magneten und schafft es am Ende herauszukommen, die Frage ist welche Spinorientierung das Teilchen besitzt. Diese Frage lässt sich nicht beantworten, da man auf Grund eines einzelnen Teilchens keine Unterscheidung durchführen kann, wir wissen jetzt nur, dass es einen bestimmten Spin für diese Art des Stern-Gerlach-Magneten besitzt und würden wir einen zweiten gleichartig und gleichorientierten Magneten dahinterstellen, würde das Teilchen in die gleiche Richtung abgelenkt. Wir nennen den Zustand up . Nachdem das Teilchen in den zweiten senkrechten Stern-Gerlach-Apparat geflogen ist, verliert es alle "Erinnerung" an seinen vorherigen Zustand, somit folgt eine Wahrscheinlichkeit von 50%, dass das Teilchen nach "oben" oder nach "unten" abgelenkt wird, d.h. ob das Teilchen im gleichen oder in einem anderen Zustand austritt. Das heisst das Durchfliegen des ersten Stern-Gerlach-Apparates ist für das Teilchen nachdem es den zweiten durchflogen hat irrelevant. Wir könnten also auch nur den zweiten aufstellen und würden das gleiche Ergebnis erzielen, solange wir nur ein Teilchen betrachten, dass dann natürlich auch auf den zweiten Apparat gelenkt wird. Würde eine Auswahl von zwei Apparaten am Ende des ersten bestehen, so würde es schon einen Unterschied machen, da wir dann am Ende 4 Detektoren hätten und wenn wir mehrere Teilchen nutzen würden, wäre das Erreichen dieser gleich wahrscheinlich.

Nebenbetrachtung (als Formelergänzung, jedoch nicht relevant, einfach überlesen):

Für eine der Amplituden ergibt sich z.B. bei Drehung um die Eulerwinkel α, β, γ :

$$\langle +T | +S \rangle = \cos \frac{\alpha}{2} e^{i(\beta+\gamma)/2}$$

wobei die Notation aus den Feynman Lectures verwandt wurde.

(c)

Wir betrachten nun ein einzelnes Photon, welches zwei senkrechte Polarisatoren durchläuft. Nachdem das Photon den ersten Polarisator durchlaufen hat, hat es eine fest vorgegebene Polarisation, durchläuft es nun eine zu diesem Polarisator senkrecht stehenden

Polarisator, so hat es keine Komponente in die Richtung und kann nicht detektiert werden, die Wahrscheinlichkeit des Durchlaufs beträgt $p = 0$. Für die Abhängigkeit des θ -Winkels folgt:

$$p(\theta) = \cos^2 \theta$$

wobei für den Spezialfall, dass die Polarisatoren senkrecht stehen, d.h. also der Winkel 90° beträgt sich $p = 0$ ergibt. Für den Spezialfall, dass wir einen Winkel von 45° besitzen, erhalten wir $p = 0.5$, d.h. also die Wahrscheinlichkeit beträgt genau 50%. Die Winkelabhängigkeit gibt die Durchtrittswahrscheinlichkeit an. Wobei auch die Polarisation durch die Orientierung bestimmt wird, wobei jedoch alle hinter dem jeweiligen Polarisator austretenden Photonen/Wellen die gleiche Polarisation besitzen, wenn sie denn den Durchtritt geschafft haben.