Übungen (4) zur Experimentalphysik IV
"Moderne Physik" Ss2006

Heiko Dumlich

May 17, 2006

7 Ordentlicher und Außerordentlicher Strahl

- Es gilt $\vec{D} = \varepsilon_0 \overleftrightarrow{\varepsilon} \vec{E}$, wobei $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ den Dielektrizitätstensor darstellt. Zudem folgt für die Hauptachsenform: $D_i = \varepsilon_0 \varepsilon_i E_i$. Für den Dielektrizitätstensor des optisch einachsigen Kristalls gilt $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_\perp$ und $\varepsilon_z = \varepsilon_\parallel$, wobei wir die optische Achse in z-Richtung definiert haben. In der Hauptachsenform folgt also:

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix}$$

Für einen Wellekvektor in z-Richtung folgt nur ein Brechungsindexwert $n = \sqrt{\varepsilon_\perp}$. D.h. längs der optischen Achse tritt keine Doppelbrechung auf. Für einen Wellenvektor in der x, y-Ebene folgen, beispielhaft für die x-Richtung, zwei Brechungsindizes $n_{a0} = \sqrt{\varepsilon_\parallel}$ und $n_0 = \sqrt{\varepsilon_\perp}$. Betrachten wir den allgemeinen Fall für einen Wellenvektor $\vec{k}$ der einen Winkel von θ mit der optischen Achse einschließt, so folgt:

$$\frac{1}{n_{a0}^2\left(.\theta\right)} = \frac{\cos^2\left(\theta\right)}{\varepsilon_\perp} + \frac{\sin^2\left(\theta\right)}{\varepsilon_\parallel}$$

mit $n_0 = \sqrt{\varepsilon_\perp}$.

-Wir definieren den Hauptschnitt des Kristalls als die Ebene, die durch die optische Achse und den Wellenvektor $\vec{k}$ aufgespannt wird.

Beim ordentliche Strahl stehen $\vec{E}$ und $\vec{D}$ immer senkrecht zur optischen Achse. Der ordentliche Strahl ist also senkrecht zum Hauptschnitt polarisiert.

Der außerordentliche Strahl ist parallel zum Hauptschnitt polarisiert.

- Der ordentliche Strahl ist senkrecht und der außerordentliche Strahl ist parallel zum Hauptschnitt polarisiert, daher müssen sie orthogonal sein.

- Der ordentliche Strahl ist senkrecht zur optischen Achse und damit senkrecht zum Hauptschnitt polarisiert.

- Für die Orientierungsabhängigkeit von $n_{a0}\left(\theta\right)$ folgt wie oben beschrieben:

$$n_{a0}\left(.\theta\right) = \sqrt{\frac{1}{\frac{\cos^2(\theta)}{\varepsilon_\perp} + \frac{\sin^2(\theta)}{\varepsilon_\parallel}}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_\perp \varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp \sin^2\left(\theta\right) + \varepsilon_\parallel \cos^2\left(\theta\right)}}$$

Herleiten lässt sich dies aus der Ellipsengleichung:

$$1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

unter der Annahme, dass $a = n_{a0}$ und $b = n_0$, somit folgt:

$$1 = \frac{n_{a0}^2 \cos^2\theta}{n_0^2} + \frac{n_{a0}^2 \sin^2\theta}{n_{a0}^2}$$

Kürzen durch n_{a0}^2 liefert nun die gewünschte Gleichung:

$$\frac{1}{n_{a0}^2\left(.\theta\right)} = \frac{\cos^2\left(\theta\right)}{\varepsilon_\perp} + \frac{\sin^2\left(\theta\right)}{\varepsilon_\parallel}$$

wobei wir die von der ersten Teilaufgabe bereits bekannten Beziehungen $n_{a0} = \sqrt{\varepsilon_\parallel}$ und $n_0 = \sqrt{\varepsilon_\perp}$ eingesetzt haben.

8 Wellenfunktion und PDC

Es gilt die Gleichung:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|V\rangle_s|V\rangle_i + e^{i\Delta\phi}|H\rangle_s|H\rangle_i\right)$$

hierbei bezeichnet ψ die Wellenfunktion, $\frac{1}{\sqrt{2}}$ stellt einen Normierungsfaktor dar, V stellt den Zustand der vertikale, H den Zustand der horizontalen Polarisation dar, die Indizes $_s\, und\, _i$ stehen für ein Signal bzw. Idler Photon und die e-Funktion mit $i\Delta\phi$ stellt eine Phasenverschiebung dar. Die vertikale Polarisation V ist die Polarisation, die aus dem NLOK durch einmaligen Durchgang erzeugt wird. Während die horizontale Polarisation H mit einem speziellen Polarisationsfilter erst erzeugt wird, nachdem das Photon schon durch den NLOK durchgegangen ist und dann an einem Spiegel reflektiert wird.

Das heisst also, die V-polarisierten Photonen kommen durch den direkten Weg und die H-polarisierten Photonen kommen durch den reflektierten Weg (nach Definition aus dem Text).

Die Begründung für die gleiche Polarisation der Photonen kann durch die PDC gefunden werden. Hierbei findet die PDC des 1. Typs statt, wobei die Photonen immer gleich polarisiert werden im Gegensatz zum 2. Typ, bei welchem sie immer orthogonal polarisiert werden.

Der Zustand H_sH_i entsteht im NLOK, wird jedoch noch im NLOK wieder entfernt da es nicht zur Phasenanpassung kommen kann, da die Pumplaser-V-polarisierten Photonen senkrecht zu den H-polarisierten-erzeugten Photonen stehen.

Die Aussage der "engen Beziehung zwischen der Idee des Quantenradieres und dem Problem der Nichtlokalität in der Quantenmechanik" bezieht sich auf die Heisenbergsche Unschärferelation, wobei diese eine Aussage über die Unbestimmbarkeit des Ortes trifft, wenn man zugleich den Impuls messen möchte. Diese lässt sich jedoch in diesem Experiment umgehen. Somit kommt das Komplementaritätprinzip ins Spiel, wobei das Komplementaritätsprinzip als fundamentaler angesehen werden muss, da dieses nicht umgangen werden kann. Ein Bezug zum Welle-Teilchen-Dualismus ist natürlich auch gegeben, da dieser ja gerade durch die komplementären Variablen beschrieben wird.

9 Atominterferometer

(a)

Es gilt $d = 2v_{rec}t_{sep}$, wobei d den Abstand zwischen den zwei "Strahlen" beschreibt, die nach dem ersten Durchgang durch das Lichtgitter mit der Geschwindigkeit v_{rec} auseinander streben. Der Faktor 2 folgt daher, das jeder der Strahlen mit der Geschwindigkeit v_{rec} von einer gedachten "Mitte" wegstrebt. Die Zeit t_{sep} ist die Zeit, die man verstreichen lässt, ehe man das zweite Lichtgitter durch wieder-einschalten des Lasers erzeugt. Somit kann man aus der trivialen Formel $v = \frac{s}{t} \Leftrightarrow s = v \cdot t$ auf das d schliessen, wobei $s = d$, $v = 2 \cdot v_{rec}$ und $t = t_{sep}$ eingesetzt werden muss.
Prinzipzeichnung des atomaren Strahlenganges :

(b)

Wir gehen davon aus, dass die Atome mit einer Geschwindigkeit von $v_x = 2\,\frac{m}{s}$ in der Apparatur fallen würden, wobei wir evtl. Beschleunigung durch z.B. die Gravitation vernachlässigen. Das Strahlprofil des Lasers, welcher zur Erzeugung des Lichtgitters genutzt wird, soll eine Breite von $10\,mm$ besitzen. Wir idealisieren das Problem ein wenig und gehen davon aus, dass der Aufbau des Gitters keine Zeit benötigen würde bzw. die Aufbauzeit in unserer Näherung gegen 0 strebt. Somit besitzen wir eine Strecke von $s = 10\,mm$, wobei wir davon ausgehen, dass wir den Laser sofort ausschalten, wenn er bei dem Lichtgitter ankommt, um ihn im letzten Moment, wenn er die $10\,mm$ durchquert hat wieder einzuschalten. Somit folgt mit $v = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$ und für die maximale Separationszeit $t_{sep} = \frac{s}{v_x} = \frac{10 \cdot 10^{-3}\,m}{2\,\frac{m}{s}} = 5 \cdot 10^{-3}\,s$. Dies ist natürlich eine stark idealisierte Lösung, so dass wir evtl. sogar bis zu einer halben Größenordnung weniger Zeit haben würden, da sich das Gitter erst auf-/abbauen

muss (mit Lichtgeschwindigkeit ist dies jedoch fast als instantan gegenüber der Fallgeschwindigkeit anzunehmen) und auch die Ortsbestimmung schwer wird genau bei Auftreffen des Atoms auf das Lichtgitter den Strahl auszuschalten bzw. den letzten Moment abzupassen, um den Laser wieder einzuschalten. Evtl. wäre das Ausschalten über eine "Lichtschranke" möglich (wobei die Frage ist, in wie weit das Atom mit dem Licht wechselwirkt, da es dies ja eigentlich nicht tun soll, damit der Versuch nicht verfälscht wird. Deshalb soll auch mit dem Lichtgitter keine Wechselwirkung stattfinden.), hierbei muss jedoch auch die Information erst einmal mit maximal Lichtgeschwindigkeit übertragen werden, was also nicht instant geschehen wird, aber in guter Näherung zur langsamen Geschwindigkeit von $2\,\frac{m}{s}$ zu $3 \cdot 10^8\,\frac{m}{s}$ als fast instantan angenommen werden kann.

Als Vorschlag für eine sinnvolle Lösung gehen wir davon aus, dass wir nach ca. $1-2\,mm$ den Laser aus bzw. $1-2\,mm$ bevor das Atom durch den Apparat ist, wir den Laser wieder einschalten. Die Aufbauzeit des Gitters soll mit in diese $1-2\,mm$ Toleranz eingeflossen sein. Wir gehen vom "extremsten" Fall aus, d.h. wir seien sehr langsam im erkennen der "Position" des Atoms, und wir erhalten $s = 10\,mm - 4\,mm = 6\,mm$ somit folgt also $t_{sep} = 3 \cdot 10^{-3}\,s$.

(c)

Wir betrachten einen "Gitter" als äquivalent für unser Lichtgitter, somit gilt für die Hauptmaxima:

$$\sin\theta = \frac{n\lambda}{d}$$

für $n \in \mathbb{Z}$. Für den Abstand s_{01} zwischen der 0. und 1. Ordnung erhalten wir aus einer Zeichnung:

$$\sin\theta = \frac{s_{01}}{L}$$

Nun können wir gleichsetzen und nach L dem Abstand zwischen Gitter und "Schirm" umstellen und erhalten ($n = 1$):

$$L = \frac{d\,s_{01}}{\lambda}$$

Wir setzen nun unsere Werte von $\lambda = 2.3\,nm$ und die aus den Graphen ablesbaren Werte ein, wobei die Ablesegenauigkeit einen Wert von $s_{01} \approx 0.5\,mm$ für alle Graphen erlaubt. Somit ist nur das d der Graphen verschieden und wir erhalten:

$$L_1 = 0.28\,m$$

$$L_2 = 0.67\,m$$

$$L_3 = 1.09\,m$$

wobei wir $d_1 = 1.3\,\mu m$, $d_2 = 3.1\,\mu m$ und $d_3 = 5.0\,\mu m$ verwendet haben.