Übungen (3) zur Experimentalphysik IV "Moderne Physik" Ss2006

Heiko Dumlich

May 10, 2006

5 Quantenradierer / Double-slit- quantum eraser Artikel

- Die Vektoren die für die Lichtpolarisation verantwortlich sind, sind der Vektor für das elektrische Feld $\vec{E}$ und der Vektor $\vec{k}$ für die Ausbreitungsrichtung. Hierbei steht $\vec{E}$ immer senkrecht auf $\vec{k}$ (Das Magnetfeld schwingt zudem auch immer rechtwinklig zum elektrischen Feld). Somit gibt es unendlich viele mögliche Schwingungsebenen in denen das $\vec{E}$-Feld schwingen kann. Die Welle heisst unpolarisiert, wenn die Schwingungsrichtungen wahllos über diese Ebenen verteilt sind. Findet die Schwingung in einer Ebene statt, wird die Welle als polarisierte Welle bezeichnet. Hierbei unterscheidet man linearpolarisierte, zirkularpolarisierte und elliptischpolarisierte Wellen. Eine Darstellung einer beliebigen linearpolarisierten Welle gelingt durch Überlagerung von zwei senkrecht aufeinander stehenden linearpolarisierten Wellen (Feldrichtungen $\vec{E_\alpha}$ und $\vec{E_\beta}$, wobei $\vec{E_\alpha} \perp \vec{E_\beta}$), wobei die Phasendifferenz $\Delta\varphi = \frac{n\lambda}{2}$ mit $n \in \mathbb{N}$ beträgt (also die Wellen *keine* oder $n\frac{\lambda}{2}$ Phasendifferenz besitzen). Für eine Phasenverschiebung von $\Delta\varphi = \frac{\lambda}{4}$ erhalten wir eine zirkularpolarisierte Welle, hierbei dreht sich die Amplitude der Welle einmal pro Schwingung um die $\vec{k}$-Achse, wobei der Betrag der Amplitude konstant bleibt. Zirkularpolarisierte Wellen werden in rechtszirkular- ($\Delta\varphi = +\frac{\lambda}{4}$) und linkszirkularpolarisierte ($\Delta\varphi = -\frac{\lambda}{4}$) Wellen unterschieden. Für eine Phasenverschiebung von $0 < \Delta\varphi < \frac{\lambda}{4}$ erhalten wir die elliptische Polarisation, bei der sich neben der Drehung der Amplitude auch deren Betrag verändert. Licht ist eine transversale Welle, breitet sich also longitudinal aus. Eine longitudinale Polarisation ist somit nicht möglich, da die Vektoren, die für die Polarisation verantwortlich sind aufeinander senkrecht stehen müssen und somit für eine longitudinale Polarisation gelten würde $\vec{E} \parallel \vec{k}$, was aber durch die Bedingung $\vec{E} \perp \vec{k}$ unmöglich ist.

- Es gibt verschiedene Möglichkeiten Polarisation zu erzeugen, z.B. durch Emission (schwingender Dipol mit feststehender Achse $\rightarrow \vec{E} \parallel$Dipolachse), Streuung bzw. Reflexion, Transmission durch einen doppelbrechenden Kristall, selektive Absorption durch einen Polarisationsfilter oder durch Überlagerung von

polarisierten Wellen. Im Falle von dem Experiment von Walborn und Monken werden Polarisatoren (vertikal, horizontal,+45° und −45° diagonal) und Wellenplättchen benutzt, wobei es sich um $\frac{\lambda}{4}$-Plättchen handelt, die verschieden orientiert sind. Die Polarisatoren funktionieren, indem nur Wellen mit einer bestimmten Polarisation transmittieren können, wobei ca. 50% des Lichtes der "richtigen" Polarisation transmittiert, während die anderen Polarisationen nahezu vollständig ausgelöscht werden. Das Experiment wird mit horizontalpolarisierten Photonen (s. S. 36 Quantenradierer), sie werden durch einen ultravioletten Argon-Laser erzeugt, der auf einen dünnen Kristall (NLOK) gerichtet ist, dieser erzeugt Photonen-"Zwillingspaare", durchgeführt, wobei hinter den Spalten, auf die sie treffen dann $\frac{\lambda}{4}$-Plättchen angebracht sind. Beim Durchtritt durch diese kann eine linearpolarisierte Welle in eine zirkularpolarisierte Welle "umpolarisiert" werden. Dies geschieht, indem die Polarisationskomponenten ($\vec{E_\alpha}$ und $\vec{E_\beta}$) eine relative Phasenverschiebung (für ein $\frac{\lambda}{4}$-Plättchen beträgt sie $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$), in Abhängigkeit der Kristalldicke, erfahren. Allgemein ergibt sich die Phasenverschiebung mit $\Delta\varphi = k\,(N_\alpha - N_\beta)\,\Delta z$, wobei k die Vakuumwellenzahl des Lichtes, $N_\alpha - N_\beta$ die Differenz der Brechungsindizes für senkrechtes und paralleles Licht in dem Material und Δz die dicke des Plättchens angeben. Für $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$, also den Fall eines $\frac{\lambda}{4}$-Plättchens, ist das Licht rein zirkular polarisiert. Durch die jeweilige Orientierung des Plättchens erhalten wir rechts- bzw. linkszirkularpolarisiertes Licht.

- Die Quantenmarkierung findet in dem durchgeführten Experiment durch Polarisation statt. Im Gedankenexperiment wurde vorgeschlagen durch einen Laser Atome (Rubidium wegen der "langen" Lebenszeit) anzuregen. Diese würden danach innerhalb eines Hohlraumes der sich vor dem jeweiligen Spalt befindet ein Photon abstrahlen, wodurch erkennbar wäre durch welchen der Spalte das Atom geflogen ist, dies würde einer "Welcher-Weg-Information" entsprechen. Um "Welcher-Weg-Information" im durchgeführten Experiment zu erhalten, betrachten wir die angegebenen Gleichungen, wobei wir zuerst die verschränkten Photonen betrachten, die einen Bell-Zustand darstellen :

$$|\psi >= \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|x >_s\,|y >_p + |y >_s\,|x >_p)$$

Trifft nun s auf den Doppelspalt folgt :

$$|\psi >= \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|\psi_1 > + |\psi_2 >)$$

$$|\psi_1 >= \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|x >_{s1}\,|y >_p + |y >_{s1}\,|x >_p)$$

$$|\psi_2 >= \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|x >_{s2}\,|y >_p + |y >_{s2}\,|x >_p)$$

wobei die Indizes $s1$ bzw. $s2$ für die durch die Spalte 1 bzw. 2 erzeugten Strahlen stehen. Die restlichen Gleichungen können im Paper "Double-slit quantum eraser" von Walborn und Monken gefunden werden. Es ergibt sich mit den

Gleichungen, dass die Zustände korreliert sind, dass heisst, wenn ein Photon mit einer bestimmten Polarisation gemessen wurde, hat das andere Photon auf Grund der parametric down conversion eine orthogonale Polarisation zu diesem und somit wird die Bestimmung durch die $\frac{\lambda}{4}$-Plättchen eindeutig, da nun eine zirkulare Polarisation (rechts oder links) jeweils mit einem der Spalte korreliert ist. Das heisst, wenn wir das verschränkte Photon gemessen haben, dann kennen wir die Polarisation des anderen Photons bevor es durch das $\frac{\lambda}{4}$-Plättchen geht und somit wissen wir auch, durch welchen Spalt es geht, da die Plättchen so angeordnet sind, dass sie für bestimmte Polarisation des Photons dieses in eine bestimmte zirkulare Polarisation überführen. Dies ist eine "Welcher-Weg-Information" und die Interferenz verschwindet.

Die Radierung im Gedankenexperiment gelingt durch einfügen von Durchtrittsmöglichkeiten zwischen den zwei Hohlräumen, danach lässt sich keine Aussage mehr darüber treffen, durch welchen Spalt das Atom geflogen ist, da das abgestrahlte Photon nun auch im anderen Hohlraum detektiert werden kann. Um die Information für das durchgeführte Experiment zu löschen, muss man den Fall betrachten, dass man zuerst das Photon, welches durch den Doppelspalt geht misst und erst danach das mit diesem verschränkte Photon durch einen Polarisationsfilter schicken. Nutzt man nun einen diagonalen Filter, ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein vertikal oder horizontal polarisiertes Photon durchkommt gleich groß, also 50% und eine Aussage über die Polarisation des Photons ist nicht möglich. Somit besitzen wir keine "Welcher-Weg-Information" und erhalten Interferenz. Da man sich nachdem man das Photon vom Doppelspalt beobachtet hat noch entscheiden kann, ob man "Interferenz" oder "Welcher-Weg-Information" erhalten möchte, nennt man diese Art von Experiment "delayed erasure".

- Die Quantenmarkierung findet in dem "verzögerte Wahl" Experimene durch Polarisation statt. Die "Welcher-Weg-Information" ist durch die Polarisation auslesbar, wobei wir jeweils hinter einem der Spalte ein $+45°$ bzw. $-45°$ $\frac{\lambda}{4}$-Plättchen positionieren, so wird zum einen eine rechtszirkulare und zum anderen eine linkszirkulare Polarisation erzeugt, die im Verlgeich mit dem verschränkten Photon durch einen Polarisationsfilter ausgelesen werden kann. Hierbei nutzt man einen horizontalen bzw. vertikalen Polarisator vor dem verschränkten Photon und erhält somit "Welcher-Weg-Information", auf Grund der Verschränkung (z.B. a rechtszirkular und b horizontal bedeutet, dass a durch Spalt 1 gegangen ist, wobei a und b die verschränkten Photonen seien). Die Radierung findet auch durch einen Polarisator statt, wobei dieser wiederum auf das verschränkte Photon angewandt wird, diesmal wird jedoch ein $+45°$ bzw. $-45°$ Polarisator (also diagonal) angebracht, wobei der positive Interferenzstreifen und der negative Antistreifen erzeugt. Dies wird möglich, da eine Aussage über die Polarisation durch die 50%ige Wahrscheinlichkeit, dass das verschränkte Photon vertikal oder horizontal war, nicht mehr möglich ist. Im Falle der vertikalen bzw. horizontalen Platten kann man auf Grund der parametric down conversion direkte Rückschlüsse auf das andere Photon ziehen, da bei dieser ein Paar aus einem vertikal und einem horizontalpolarisierten Photon erzeugt werden (s. S. 38 SdW Artikel).

6 Nichtlinearer optischer Prozess

Breitet sich eine starke Lichtwelle in einem anisotropen Medium aus, so erzeugt sie ein zeitabhängiges Strahlungsfeld :

$$E_S(t) = E_{S0} \sin(\omega t)$$

welches eine Polarisation der 2. Ordnung hervorruft :

$$\left|\vec{P}_2\right| = \varepsilon_0 \chi_2 E^2 = \varepsilon_0 \chi_2 (E_{S0})^2 \sin^2(\omega t)$$

Es folgt nach anwenden von $\sin^2(\omega t) = \frac{(1-2\cos(2\omega t))}{2}$ und umformen :

$$\left|\vec{P}_2\right| = \varepsilon_0 \chi_2 E^2 = \frac{\varepsilon_0 \chi_2 (E_{S0})^2}{2} - \varepsilon_0 \chi_2 (E_{S0})^2 \cos(2\omega t)$$

Hierbei wird der statische Term als "optische Gleichrichtung" bezeichnet, während wir aus dem zweiten Term die Verdopplung der Frequenz ablesen können. Die oszillierende Polarisation erzeugt dann eine Sekundärstrahlung mit der zweifachen Frequenz.

Vorraussetzung für die Polarisation höherer Ordnungen ist, dass die Materialien nicht inversionssymmetrisch sind. Nur an Rändern von inversionssymmetrischen Körpern sind diese Effekte dann möglich, da dort die Symmetrie nicht gegeben ist.

Die Phasenanpassung wird durch geeignete Orientierung des Kristalls ermöglicht. Es findet eine Doppelbrechung statt, womit wir neben dem ordentlichen auch einen außerordentlichen Strahl erhalten. Wir betrachten die Primärstrahlen die von links den Kristall erreichen, für diese gilt $\vec{E_S}(t,z) = \vec{E}_{S0} e^{-i(\omega t - k_1 z)}$. Die Sekundärwelle liefert einen Beitrag zum elektrischen Feld mit :

$$\vec{E_{S,2}} = \vec{E}_{S0,2} e^{-2i(\omega t - k_1 z)}$$

Im Allgemeinen gilt jedoch für die Wellenzahlen $k_2 \neq 2k_1$. Gleich wäre sie nur im Falle der Gleichheit der Brechungsindizes N_1und N_2, jedoch ist dies innerhalb von Materie nicht der Fall. Für die Primärwelle in der Materie gilt $\omega\lambda_1 = c_1 = \frac{c}{N_1}$ und für die Wellenzahl $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{2\pi N_1}{\lambda} = kN_1$, wobei λ die Vakuumwellenlänge und k die Vakuumwellenzahl der Primärwelle darstellen. Für die Sekundärwelle mit doppelter Frequenz gilt $2\omega\lambda_2 = c_2 = \frac{c}{N_2}$ und $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} = \frac{4\pi N_2}{\lambda} = 2kN_2$. Die Wellen können innerhalb der Materieschicht miteinander interferieren, dies führt abhängig von der Phasendifferenz zu einer Abschwächung der Sekundärwelle, wobei $2k_1 - k_2 = 2k(N_1 - N_2) = 2k\Delta N$. Wir betrachten nun einen Punkt z_0 rechts von dem Kristall, für diesen gilt :

$$d\vec{E}_{S,2}(z_0) \;\; E_{S0}^2 e^{-i(2\omega t - k_2 z_0)} e^{i(2k_1 - k_2)z} dz$$

Hierbei beschreibt der erste Term die Wellenfunktion $\psi_0(t, z_0)$ der Sekundärwelle am Punkt z_0 und der zweite Term beschreibt die Interferenz zwischen

Primär- und Sekundärwelle. Integration über die gesamte Schichtdicke dz von $z = 0$ bis $z = \Delta z$ liefert uns das gesamte Feld der Sekundärwelle :

$$\vec{E}_{S,2}\left(z_0\right)\ \psi_0\left(t, z_0\right) \int_0^{\Delta z} e^{i(2k_1 - k_2)z} dz = \psi_0\left(t, z_0\right) \frac{e^{i(2k_1 - k_2)\Delta z} - 1}{i\left(2k_1 - k_2\right)}$$

Wir nutzen unsere obere Bedingung für die Wellenzahlen und setzen ein :

$$\vec{E}_{S,2}\left(z_0\right)\ \psi_0\left(t, z_0\right) \frac{e^{i2k\Delta N\Delta z} - 1}{2ik\Delta N}$$

Nun liefern ausklammern von $e^{ik\Delta N\Delta z}$ und die Eulersche Identität mit $\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$:

$$\vec{E}_{S,2}\left(z_0\right)\ \psi_0\left(t, z_0\right) e^{ik\Delta N\Delta z} \frac{\sin\left(k\Delta N\Delta z\right)}{k\Delta N}$$

Wobei der neu gefundene Term an die Form der Spaltbeugungsfunktion für den Spalt erinnert. Nun betrachten wir die zuvor erwähnten zwei Strahlen (ordentlich und außerordentlich), die durch Doppelbrechung entstehen. Denn durch geeignete Einstrahlung der linearpolarisierten Primärwelle mit dem Winkel θ zwischen der Feldrichtung und der optischen Achse des Materials, kann durch die Wahl des Winkels θ die Differenz ΔN der Brechungsindizes der beiden Strahlen auf Null gebracht werden. Dann gilt für $\lim_{\Delta N \to 0} \frac{\sin(k\Delta N\Delta z)}{k\Delta N} = \frac{k\Delta z}{k} = \Delta z$. Dies bildet das Maximum an erreichbarer Ausbeute an frequenzverdoppelter Strahlung, wobei dies Phasenanpassung genannt wird und wegen den gleichen Brechungsindizes auch die Wellenzahlen gleich werden.