Übung 4
(Abgabe am 18.05.10 bis 12:15 Uhr in der Vorlesung, für Teilnehmer des Tutoriums am Dienstag von 10-12 Uhr Abgabe bereits um 10 Uhr im Tutorium.)

Aufgabe 9 Zylinderkondensator/Koaxialkabel (5 Punkte)
Betrachten Sie zwei gerade, konzentrische Hohlleiter der Länge l und den Radien R_1 und R_2. Es gelte $R_1 < R_2 << l$. Auf dem inneren bzw. äußeren Hohlleiter befinde sich eine Ladung +Q bzw. –Q.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes für den gesamten Raum (d.h. innerhalb des inneren Hohlleiters, zwischen den Hohlleitern und außerhalb) das elektrische Feld $\vec{\mathbf{E}}$. Überlegen Sie dazu zunächst, welcher Symmetrie das $\vec{\mathbf{E}}$-Feld gehorchen muss und wählen Sie eine geeignete geschlossene Fläche (2P).
b) Bestimmen Sie für den gesamten Raum das Potential $\varphi(r')$, wobei $\varphi(0) = 0$ gelten soll. Hinweis: Achten Sie auf die unterschiedliche Bedeutung von r' und r (1,5P).
c) Berechnen Sie die Spannung zwischen den beiden Leitern und leiten Sie daraus die Formel für die Kapazität des Zylinderkondensators ab (1P).
d) Berechnen Sie die Kapazität eines Koaxialkabels der Länge l=1 m und mit den Radien R_1=1mm und R_2=5mm (0,5P).

Aufgabe 10 Dielektrikum im Feld (5 Punkte)
Gegeben sei ein homogenes elektrisches Feld $\vec{\mathbf{E}}_{vac}$=(200 V/m,0,0). In diesem Feld befinde sich eine Isolatorplatte, die senkrecht zu den Feldlinien orientiert ist. Das Material sei isotrop, d.h. die relative Dielektrizitätszahl ε ist ein Skalar. Innerhalb der Platte herrsche ein Feld $\vec{\mathbf{E}}_{Diel}$=(100 V/m,0,0).

a) Erklären Sie den Begriff Polarisation. Wie resultiert hieraus die induzierte Flächenladungsdichte σ_{ind} (1P.).
b) Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes für die angegebenen Feldstärken σ_{ind}(1P.).
c) Zeigen Sie, ausgehend von $\vec{\mathbf{E}}_{vac} = \vec{\mathbf{E}}_{Diel} + \vec{\mathbf{P}}/\varepsilon_0$, dass $|\mathbf{P}| = \sigma$ (0,5P.).
d) Geben Sie das ε des Dielektrikums an (0,5P.).

Betrachten Sie nun ein anisotropes Material mit dem Dielektrizitätstensor

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Hierbei ist die Achsenwahl des Koordinatensystems durch ausgezeichnete Richtungen im anisotropen Material bestimmt (siehe z.B. Benzol in Vorlesung: x senkrecht zum Benzolring, y,z in der Ebene).

e) Innerhalb des Dielektrikums sei $\vec{\mathbf{E}}_{Diel}$ = 100 V/m (1,1,0). Berechnen Sie das zu Grunde liegende Feld $\vec{\mathbf{E}}_{vac}$ sowie die Polarisation $\vec{\mathbf{P}}$ (1P.).

f) Wie wäre $\vec{\mathbf{E}}_{Diel}$ orientiert, wenn $\vec{\mathbf{E}}_{vac}$ parallel zu einer der ausgezeichneten Richtungen im anisotropen Medium wäre (1P.)?

Aufgabe 11 Bedeutung der Wirbelfreiheit (2 Punkte)

Die Wirbelfreiheit des elektrostatischen Feldes läßt sich durch $rot\vec{\mathbf{E}} = \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = 0$ ausdrücken.

a) Formulieren sie in Worten mindestens zwei Aussagen als je einen Satz, die bei Wirbelfreiheit eines Vektorfeldes immer richtig sind (1P.).
b) Schreiben Sie die in a) formulierten Aussagen als mathematische Formel auf (1P.).

Aufgabe ME2-04 **(nur für Lehramtsstudierende!) (4 Punkte)**

Es sei $\vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} y^2 \\ (x+y)^2 \end{pmatrix}$ **mit** $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$**.**

Berechne das Kurvenintegral $\int_K \vec{f}(\vec{x}) \bullet d\vec{x}$ **für diejenige Kurve K,**

die geradlinig vom Punkt A = (2 | 0) zum Punkt B = (2 | 2)
und anschließend geradlinig von B = (2 | 2) zum Punkt C = (0 | 2) führt!