

Übungsblatt 8

Ausgabe: 9.6.2006

Rückgabe: 19.6.2006 vor der Vorlesung

1. Berechnen Sie die minimale Energie

- eines Pendels der Länge 1 m auf der Erdoberfläche (Höhe 0 m),
- des Schwingkristalls einer Quarzuhr (Frequenz 32768 Hz),
- der Schwingung eines Sauerstoff-Moleküls, wobei die Kraftkonstante der O₂-Bindung $k = 1177 \text{ N/m}$ beträgt.

(2 Punkte)

2. Harmonischer Oszillator und klassischer Umkehrpunkt: Betrachte noch einmal das Sauerstoff-Molekül aus Aufgabe 1c). (Die Energie eines Schwingungsquants ist

$\hbar\omega = 98.0 \text{ meV}$.)

- Berechne die Energie-Eigenwerte für $\nu = 1, 8, 20$.
- Berechne die zugehörigen 'klassischen Umkehrpunkte' der Bewegung. (Wenn das Molekül als klassischer Oszillator hin- und herschwingen würde, bei welchen Auslenkungen würde sich die Bewegung von hin zu her, oder umgekehrt, ändern?)
- Zeichne diese zusammen mit der Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $|\varphi_\nu(x)|^2$ in ein Koordinatensystem und interpretiere das Resultat.

(2 Punkte)

3. Im Grundzustand des H-Atoms kann sich klassisch das Elektron nicht im Gebiet $r > 2a_0$ aufhalten (a_0 : Radius der ersten Bohr'schen Bahn). Die Wellenfunktion des Elektrons in Kugelkoordinaten (Lösung der stationären Schrödinger-Gleichung in Kugelkoordinaten) hängt nur von der radialen Koordinate ab und lautet $\varphi_1(r) = C \exp(-r/a_0)$.

- Berechnen Sie die Normierungskonstante C . (Hinweis: Beachten Sie die Form des Volumenelementes in Kugelkoordinaten, $dV = r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\varphi$.)
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das Elektron im klassisch verbotenen Gebiet mit $r > 2a_0$ anzutreffen.

(2 Punkte)

4. Die Unschärfe des Erwartungswertes des Ortes kann unabhängig von der Form der Wellenfunktion im Ortsraum auch sinnvoll definiert werden als

$$\Delta x = \left\langle (x - \langle x \rangle)^2 \right\rangle^{1/2} = \left(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \right)^{1/2}.$$

(In der Fehlerrechnung wäre dies die Standardabweichung der Verteilungsfunktion von x .)

Betrachte noch einmal ein Teilchen in einem unendlich hohen Potentialtopf. Berechne für ein solches Teilchen Δx in Abhängigkeit von der Quantenzahl n . Vergleiche mit einem klassischen Teilchen (das sich, da es klassisch ist, überall innerhalb des Potentialtopfes gleich gerne aufhält). Berechne auf dieselbe Weise Δp und vergleiche mit dem Unschärfeprinzip.

(4 Punkte)