Experimentalphysik III, Übungsblatt 1

Heiko Dumlich

1. Mai 2006

1.

Es gilt die Rutherfordsche Streuformel : $\cot\frac{\theta}{2} = \frac{2E_{kin}}{E_{pot}}$

Somit folgt aus der Rutherfordschen Streuformel:

$$\cot(\frac{\theta}{2}) = \frac{2\frac{1}{2}\mu v^2}{\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{b}} = \frac{\mu v^2 4\pi\epsilon_0}{qQ}b = \frac{2E_{kin}}{qQ}4\pi\epsilon_0 b$$

wobei μ die reduzierte Masse darstellt und als $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$ definiert ist. Wir betrachten Helium-Kerne die an Gold-Atomen gestreut werden. Für die Masse der Helium Kerne gilt $m_{He} = 6.64 \cdot 10^{-27}kg$, wobei für die Gold Atome $m_{Au} = 3.27 \cdot 10^{-25}kg$ gilt. Somit folgt für die reduzierte Masse $\mu = 6.51 \cdot 10^{-27}kg$. Die Ladung des Heliumkernes beträgt $q = 2e$, während der Goldkern mit $Q = 79e$ geladen ist. Da wir leider keine Daten für die Geschwindigkeit besitzen, haben wir nur die Möglichkeit die kinetische Energie aus einem Graphen ($[E_{kin}$ in $J]/[\theta$ in $^\circ]$) abzulesen. Hieraus könnten wir dann auf die Geschwindigkeit zurück rechnen, was jedoch für die Bearbeitung der Aufgaben nicht erforderlich ist.

a)

Für die Coulombstreuung würde man eine exponentielle Abnahme erwarten, jedoch scheint der Term nicht alleine durch diese bestimmt zu werden, da sich ab einer bestimmten kinetischen Energie ($E_{kin} = 27MeV$ bei $\theta = 60°$) ein lineares Verhalten einstellt, bzw. zu dominieren beginnt. Dies kann man gut in Graph b) erkennen. Graph c) zeigt eine Abweichung von der Erwartung ab ca. $\theta = 100°$, wobei $E_{kin} = 10MeV$. Diese lässt sich wiederum über den zusätzlichen Term neben der Coulombstreuung realisieren. Die Coulombstreuung geht von einer Streuung alleine durch die Ladung der Kerne aus, da man die Kerne selbst als "punktförmig" annimmt, diese alleine scheint jedoch nicht in jedem Falle gültig zu sein, da die Projektile auch auf die Streuer treffen können, was zu zusätzlichen Effekten führt. Das heisst also, dass die Streuer eine bestimmte Ausdehnung besitzen müssen. Jedoch führt die Annahme einer Ausdehnung für die vorher als punktförmig angenommenen Streuer auch zu der Annahme, dass die Partikel eine Ausdehnung besitzen, die jedoch kleiner ist als die der Streuer.

Nun kann man jedoch keine geradlinige Kraftwirkung mehr annehmen, da wir eine Verteilung der Ladung innerhalb des Streuers besitzen und somit auch die Kräfte nur partiell von jeder einzelnen Ladung auf den Partikel wirken, wodurch die Streuung vermindert wird und somit auch der Streuwinkel. D.h. die Anzahl in Graph c), die in einen bestimmten Winkel gestreut wird sinkt. Für Graph b) bedeutet dies, das bei bestimmten Energien der Partikel so schnell an dem Streuer vorbeifliegt, dass die Kraft nur sehr kurz auf ihn wirken kann und somit nur eine geringere Ablenkung erzeugt werden kann.

b)

Wir stellen unsere Rutherfordsche Streuformel nach b um :

$$b = \frac{qQ}{8\pi\epsilon_0 E_{kin}} \cot(\frac{\theta}{2})$$

Aus den Graphen bestimmen wir den ungefähren Beginn des auffälligen Verhaltens des Experimentes mit $E_{kin} = 27 \cdot 10^6 eV$ bei $\theta = 60°$, alternativ aus dem zweiten Graphen erhalten wir $E_{kin} = 10^7 eV$ bei $\theta = 100°$. Somit erhalten wir zwei b's und bilden daraus dann einen Mittelwert:

$$b_1 = 7.30 \cdot 10^{-15} m$$

$$b_2 = 9.54 \cdot 10^{-15} m$$

Somit folgt als Mittelwert :

$$b = 4.15 \cdot 10^{-15} m$$

Dies ist ungefähr 5 Größenordnungen kleiner als ein Atomradius, was als sinnvoll zu erachten ist, da die Größe des Atoms (Atomradius) durch das große Volumen, welches die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen beschreibt, definiert wird. Dies zeigt zudem, dass der Kern viel kleiner als das eigentliche Atom sein muss. Das Rosinenkuchenmodell von Thomson wäre somit wiederlegt, da man die nicht-Coulombartige Wechselwirkung als Wirkung mit dem Kern annehmen kann, wobei diese Kräfte stärker wirken als die Coulombkraft, jedoch auch stärker abfallen. D.h. es ist eine sehr kurzreichweitige Wirkung, die entweder durch den Kern selbst oder ein Feld in dessen Nähe erzeugt wird. Auch die Annahme, dass der Kern punktförmig ist kann somit nur als Näherung angesehen werden, da Effekte in Kernnähe auftreten, die man als "Stoß" oder zumindest Wechselwirkung mit dem Kern ansehen kann. Der Wert b liefert eine ungefähre Vorstellung für die Reichweite dieser Wechselwirkung, welche als eine Art "Kernradius" angenommen werden kann.

2.

Der Wien-Filter wird normalerweise benutzt um Elektronen mit bestimmter Geschwindigkeit auszusortieren, indem die anderen Elektronen die eine von der gewünschten Geschwindigkeit verschiedene Geschwindigkeit haben, aus der Bahn abgelenkt werden. Elektronen werden über einen Heizdraht (Kathode) ausgelöst und durch eine Lochanode beschleunigt. Für die Energie der Elektronen folgt somit $E_{pot} = e \cdot U_B$, wobei U_B die Beschleunigsungsspannung zwischen Kathode und Anode darstellt. Die potentielle Energie kann in kinetische Energie umgerechnet werden mit $E_{kin} = E_{pot} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_e v^2 = e \cdot U_B$, daraus folgt also $\frac{e}{m_e} = \frac{v^2}{2U_B}$. Für den Filter gilt nun, dass wenn keine Kraft auf die Elektronen wirkt sie auch nicht abgelenkt werden, also sich die Wirkung von E-Feld und B-Feld ausgleichen, d.h. $\overrightarrow{F} = q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}) = 0$ bzw. $E = vB$, da $\overrightarrow{v} \perp \overrightarrow{B}$. Somit gilt also $v = \frac{E}{B}$, was wir einsetzen können in die Formel für $\frac{e}{m_e}$ und wir erhalten :

$$\frac{e}{m_e} = \frac{E^2}{2U_B B^2}$$

Somit kann man über den Wien-Filter die spezifische Ladung des Elektrons $\frac{e}{m_e}$ bestimmen.

3.

a) Es gilt allgemein für ein ideales Gas : $pV = Nk_BT$ (ideale Gasgleichung)

Hierbei beschreibt p den Druck, V das Volumen, N die Anzahl der Teilchen, k_B die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur. Unter Normalbedingungen ($p = 1013.25 mbar$, $T = 273.15K$) nimmt ein Mol eines idealen Gases ein Volumen von $V = 22.414l$ ein, dies entspricht ,$V = 0.0224m^3$. Für die Avogadro-Konstante, die die Anzahl der Teilchen in einem Mol 12g ^{12}C beschreibt, gilt $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} mol^{-1}$. Somit folgt also, das $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ Teilchen sich in einem Volumen von $V = 0.0224m^3$ aufhalten. Nehmen wir an, dass die Teilchen kleine Kugeln wären, so finden wir über $\frac{V}{N_A}$ ein Volumen der einzelnen Kügelchen von $V_K = \frac{V}{N_A} = 3.72 \cdot 10^{-26} m^3$. Für das Volumen einer Kugel gilt $V_K = \frac{4\pi}{3} r_K^3$, somit folgt also für den Radius der Kugeln $r_K = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 2.07 \cdot 10^{-9} m$. Da die Kugeln als genau aneinander liegend angenommen werden, ergibt sich für deren Abstand voneinander der zweifache Radius, d.h. wir erhalten für den mittleren Abstand der Moleküle/Atome $\overline{d} = 2r_K = 4.14 \cdot 10^{-9} m$. Dies entspricht ungefähr 41.4Å.

b) Für das Volumen gilt nach a) $V = 0.224m^3$

Somit folgt für den Volumenfüllfaktor $V_{fll} = \frac{V_{\text{Å}}}{V}$, wobei wir $V_{\text{Å}}$ aus $V_{K1} \cdot N_A = V$ berechnen können. Für das Volumen, dass durch die Kugeln mit Radius $r_1 = 1 = 10^{-10}m$ eingenommen wird, erhalten wir $V_{K1} = \frac{4\pi}{3}r_1^3 = 4.19 \cdot 10^{-30}m^3$, somit erhalten wir also einen Volumenfüllfaktor von $V_{fll} = \frac{N_A \cdot V_{K1}}{V} = \frac{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 4.19 \cdot 10^{-30}m^3}{0.0224m^3} = 1.13 \cdot 10^{-4} \approx 0.01\%$. Die Teilchen machen also nur ca. 0.01% des Volumens des Gases aus, wenn man sie als Teilchen mit einer Größe von 1 Å annimmt.

c) Für die mittlere freie Weglänge gilt $\lambda = \frac{k_B T}{\sqrt{2}p\sigma}$

Wir benutzen die gegebenen Werte für Normalbedingungen aus Aufgabenteil a). Somit gilt ($p = 1013.25mbar = 1.01325 \cdot 10^5 Pa = 1.01325 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$, $T = 273.15K$) . Hieraus ergibt sich dann, mit dem Wirkungsquerschnitt $\sigma_{Kreis} = \pi r^2$, der mit einem Radius von $r = 1$ Å $= 10^{-10}m$ angenommen wird und der Boltzmannkonstante $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}\frac{J}{K}$, eine mittlere freie Weglänge von $\lambda_{norm} = 8.37 \cdot 10^{-7}m = 837nm$.

Für den zweiten Fall sei $p = 10^{-5}mbar = 10^{-3}Pa = 10^{-3}\frac{N}{m^2}$ und $T = 0°C = 273.15K$. Somit folgt für die mittlere freie Weglänge $\lambda = 84.84m$.

4.

Für die Dimension der Planck-Konstanten h erhalten wir aus der Formel der de-Broglie-Wellenlänge : $\lambda = \frac{h}{p}$

$$[h] = [\lambda m v] = mkg\frac{m}{s} = \frac{m^2 kg}{s} = Js$$

Alternativ können wir auch aus dem Einsteinschen Postulat $E = h\nu$ auf die Dimension von h schliessen :

$$[h] = \frac{[E]}{[\nu]} = \frac{J}{\frac{1}{s}} = Js$$

Für den Drehimpuls gilt : $L = mvr$

$$[L] = kg\frac{m}{s}m = \frac{kgm^2}{s} = Js$$

Somit entspricht die Dimension des Planckschen Wirkungsquantums h der Dimension des Drehimpulses L.