

Übungsaufgaben zur Klausurvorbereitung Theoretischen Physik I

Aufgabe 1: Energieerhaltungssatz

Formulieren Sie den Energieerhaltungssatz für die eindimensionale Bewegung eines Massenpunktes.

Aufgabe 2: Kepler-Gesetze

Geben Sie die Kepler-Gesetze an. Welche gelten ausschließlich für das Newtonsche Gravitationsgesetz?

Aufgabe 3: Kinetische Energie

Geben Sie die kinetische Energie in Abhängigkeit der Zeit für einen Massenpunkt der Masse m an, der sich gemäß

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} R \cos \omega t \\ R \sin \omega t \\ -bt^2 \end{pmatrix}$$

bewegt.

Aufgabe 4: Zylinderkoordinaten

Geben Sie die Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Massenpunktes in der xy -Ebene in Polarkoordinaten an (Radial- und Azimutalkomponenten).

Aufgabe 5: Kraft und potentielle Energie

Geben Sie für die folgenden Kraftfelder die zugehörigen Potentiale an:

(a) $F(x) = -Kx^3$ (K ist eine Konstante, x eine kartesische Koordinate)

(b) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{\alpha}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$ (\mathbf{r} ist ein dreidimensionaler Ortsvektor mit Betrag r ; α ist eine Konstante)

Aufgabe 6: Gradient

Erklären Sie die geometrische Bedeutung des Vektors $\nabla f(\mathbf{r})$ für eine Funktion $f(\mathbf{r})$ an. Was bedeutet die Richtung? Was bedeutet der Betrag des Vektors?

Aufgabe 7: Taylor-Entwicklung

Entwickeln Sie die folgenden Funktionen bis zur dritten Ordnung:

$$e^{ax} \text{ um } x_0 = 1; \quad \frac{1}{1+x^3} \text{ um } x_0 = 0.$$

Aufgabe 8: Integration

Geben Sie das unbestimmte Integral

$$\int dx e^x \sin x \tag{1}$$

an. Hinweis: Benutzen Sie die Eulersche Formel.

Aufgabe 9: Bewegung auf dem Kreis

Ein Massenpunkt bewege sich auf dem Einheitskreis $x^2 + y^2 = 1$ in der xy -Ebene unter der konstanten Kraft $\mathbf{F} = F_0 \hat{e}_\phi$. Geben Sie die Bewegungsgleichung und deren allgemeine Lösung an. Wie sieht die Lösung aus, wenn der Massenpunkt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ mit verschwindender Geschwindigkeit am Punkt $x = 1, y = 0$ startet.

Aufgabe 10: Allgemeine Lösung einer Bewegungsgleichung

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich eindimensional unter der Kraft $F = -\alpha v^3$. Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf. Geben Sie die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung für die Geschwindigkeit und den Ort des Teilchens zur Zeit t an. Bei $t_0 = 0$ starte das Teilchen bei $x_0 = 0$ mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 . Geben Sie Ort und Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t an und skizzieren Sie die Lösung.

Aufgabe 11: Schwingungen

Auf einen Massenpunkt m auf der x -Achse wirke die Kraft $F = -F_0 \sinh(\alpha x)$ wobei F_0 und α positive Konstanten seien. Bestimmen Sie die potentielle Energie $U(x)$ und geben Sie eine Näherung für $U(x)$ für kleine Auslenkungen an. Wie lautet die Kreisfrequenz der Schwingung?

Aufgabe 12: Schwerpunkt und Trägheitsmoment

Betrachten Sie eine quadratische Scheibe der Seitenlänge L mit Dichte $\rho(x, y) = \beta x$ und vernachlässigbarer Dicke, wobei $0 < x < L$ und $0 < y < L$. (β ist eine Konstante.)

(a) Berechnen Sie den Schwerpunkt der Scheibe [Ergebnis: $\mathbf{R} = (2L/3, L/2)$].

(b) Berechnen Sie das Trägheitsmoment bzgl. einer zur Scheibe senkrechten Achse durch den Schwerpunkt.

(c) Berechnen Sie das Trägheitsmoment bzgl. einer zur Achse in (b) parallelen Achse durch die Ecke $x = y = 0$ der Scheibe.

Aufgabe 13: Fallender Wassertropfen

Ein Wassertropfen falle im Schwerfeld der Erde. Gleichzeitig verdunste er, so dass seine Masse $m(t) = m_0 \exp(-t/\tau)$ als Funktion der Zeit t abnimmt. Stellen sie die Bewegungsgleichung des Wassertropfens auf. (Bemerkung: Die angegebene Zeitabhängigkeit ist unrealistisch.)

Aufgabe 14: Starrer Körper

Wie ist ein starrer Körper definiert? Wieviele und welche Freiheitsgrade besitzt er?