Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2008/2009 Blatt 5

Abgabetermin: Dienstag, 18.11.2008, *Anfang* der Vorlesung (**d.h. spätestens 10:15**)

Aufgabe 1: Fingerübungen (5+3+2 Punkte)

Sofern bearbeitet, müssen diese Fingerübungen in den Übungsgruppen auf Aufforderung ohne Notizen vorgerechnet werden können!

(a) Geben Sie für die folgenden Funktionen die Taylor-Reihen um die Punkte $x_0 = 0$ und $x_0 = 1$ bis zur vierten Ordnung an (d.h. inklusive des Terms $\sim (x - x_0)^4$):

$$e^{-x^2} \quad ; \quad \ln(1+x) \quad ; \quad \frac{1}{1+x^2} \quad ; \quad e^{-1/x} \quad ; \quad \tanh x$$

(b) Geben Sie die Polardarstellung der folgenden komplexen Zahlen an

$$z = 1 + i \quad ; \quad z = 5i \quad ; \quad z = -3 \quad ; \quad z = \tfrac{(2+2i)(2-2i)}{1-i}$$

(c) Zeigen Sie, dass

$$\begin{aligned} \sinh(ix) &= i \sin x \\ \cosh(ix) &= \cos x \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Chemische Reaktion (10 Punkte)

Die Rate, mit der die chemische Reaktion A + A $\rightarrow$ A_2 abläuft, ist proportional zum Quadrat der Dichte n der ungebundenen A-Atome. Denn um zu reagieren, müssen zwei Atome stoßen. Die Wahrscheinlichkeit, dass dies an einem Ort $\mathbf{r}$ passiert, ist mit der Näherung, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten verschiedener Atome statistisch unabhängig sind, gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten, dass sich Atom 1 und Atom 2 am Ort $\mathbf{r}$ aufhalten. Die Dichte n der ungebundenen A-Atome erfüllt daher die Differentialgleichung

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma n^2$$

Berechnen Sie $n(t)$, wenn $n(t = 0) = n_0$ ist.

Aufgabe 3: Weitsprung ohne und Wurf mit Reibung (4+4+2 Punkte)

(a) Ein punktförmiger und reibungsloser Weitspringer springt mit der Geschwindigkeit v_0 ab. Geben Sie den optimalen Absprungwinkel an, unter dem der Weitspringer die größte Weite springt. Berechnen Sie diese Weite mit der Absprunggeschwindigkeit 10m/s (nahe der Geschwindigkeit der besten 100m Sprinter) und vergleichen Sie mit dem Weitsprungweltrekord.

(b) In der Vorlesung hatten wir für den Wurf mit Reibung (Differentialgleichung $m\ddot{\mathbf{r}} = -\lambda\dot{\mathbf{r}} - mg\hat{\mathbf{z}}$) bereits die Ergebnisse

$$x(t) = x(0) + \tau_0 v_x(0)[1 - e^{-t/\tau_0}]$$
$$v_z(t) = -g\tau_0 + [v_z(0) + g\tau_0]e^{-t/\tau_0}$$

erhalten. Berechnen Sie mit Hilfe dieser Ergebnisse auch noch $z = z(t)$ (mit Anfangswert $z(0)$ zur Zeit $t = 0$.

(c) Geben Sie Näherungsformeln für $z(t)$ für $t \ll \tau_0$ (bis zur Ordnung t^2) und für $t \gg \tau_0$ an.

Aufgabe 4: Käfer (10 Punkte)

Zwischen einer Person und der Wand ist ein perfekt elastisches Band der Anfangslänge $1\,m$ gespannt. Am Wandende sitzt auf dem Band ein Käfer. Person und Käfer beginnen zur gleichen Zeit von der Wand wegzulaufen; die Person mit einer Geschwindigkeit von $1\,m/s$*, der Käfer mit $1\,cm/s$ auf dem Band. Wird die Person von dem Käfer gebissen? Wenn ja, wann?

* (wobei sich das Band entsprechend ausdehnt)