Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2008/2009 Blatt 2

Abgabetermin: Dienstag, 28.11.2008, *Anfang* der Vorlesung (**d.h. spätestens 10:15**)

Aufgabe 1: Fingerübungen(3+4+3 Punkte)

Sofern bearbeitet, müssen diese Fingerübungen in den Übungsgruppen auf Aufforderung ohne Notizen vorgerechnet werden können!

(a) Berechnen Sie die folgenden Summen:

$$\sum_{i=1}^{5} i$$
$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}(-1)^{i+j}$$
$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} e^{x\delta_{ij}}$$

Hier ist δ_{ij} das in der Vorlesung eingeführte Kronecker-Symbol.

(b) Berechnen Sie die folgenden Integrale

$$\int \frac{dx}{x^2-4}$$
$$\int ds \frac{s}{\sqrt{s^2+a^2}}$$

(c) Eine Streichholzschachtel besteht aus

- Innenteil: Grundfläche, 2 Seitenflächen, 2 Stirnflächen, diese in dreifacher Stärke durch Verkleben;
- Außenteil: Grund- und Deckelfläche, 2 Seitenflächen, davon eine in doppelter Stärke durch Verkleben.

Die Länge ist durch die Streichholzlänge auf 5 cm festgelegt. Wie sind die anderen Maße zu wählen, damit bei gegebenem Volumen möglichst wenig Pappe gebraucht wird ?

Aufgabe 2: Kreuzprodukte (5+5 Punkte)

Beweisen Sie die Produktregel für die Ableitung von Kreuzprodukten

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{a}\times\mathbf{b}) = \frac{d\mathbf{a}}{dt}\times\mathbf{b}+\mathbf{a}\times\frac{d\mathbf{b}}{dt}$$

(a) ohne Benutzung der Koordinatendarstellungen von **a** und **b**

(b) mit Hilfe der Koordinatendarstellungen

Aufgabe 3: Bahnkurven (5+5 Punkte)

Skizzieren die folgenden Bahnkurven und berechnen Sie sowohl Geschwindigkeit als auch Beschleunigung.

(a)

$$\mathbf{r}(t) = e^{\gamma t} \begin{pmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \end{pmatrix}$$

Fertigen Sie separate Skizzen an für die Fälle $\gamma > 0$ und $\gamma < 0$ sowie $|\gamma| \ll \omega$ und $|\gamma| \gg \omega$.

(b)

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} R\cos\omega t \\ R\sin\omega t \\ b\omega t/2\pi \end{pmatrix}$$

Geben Sie die anschauliche Bedeutung von R, b und ω an.

Aufgabe 4: Jacobi-Identität (10 Punkte)

Beweisen Sie die Jacobi-Identität

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \mathbf{b} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) + \mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = 0$$

Bemerkung: Sie werden im Laufe des Physikstudiums weitere Jacobi-Identitäten kennenlernen, nämlich für die Poisson-Klammer in der Hamiltonschen Mechanik und für den Kommutator in der Quantenmechanik.