

Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2008/2009 Blatt 12

Abgabetermin: Dienstag, 20.1.2009, *Anfang* der Vorlesung

- **VORLESUNGSVERSCHIEBUNG:** Am Dienstag, den 20. Januar wird die Vorlesung für die Physiker auf 16-18 Uhr verschoben, da der Große Hörsaal zum regulären Vorlesungstermin durch eine Sfb-Begutachtung blockiert ist.
- **KLAUSUR:** Die Klausur am Donnerstag, den 29. Januar 2009 von 10-12 Uhr wird für die Meteorologen im Großen Hörsaal der Physik stattfinden. Für die Physiker findet die Klausur im Großen Hörsaal in der Arnimallee 22 (!!!) statt.
- Zur Klausur sind keine Hilfsmittel außer einem Stift erlaubt. Insbesondere sind keinerlei technische Hilfsmittel (Taschenrechner, Computer, Organizer, Handy etc.) zugelassen. Diese müssen ausgeschaltet in einer separaten Tasche und fern der eigenen Kleidung aufbewahrt werden.
- Täuschungsversuche während der Klausur sind kein Kavaliersdelikt! Teilnehmer/innen, die bei einem Täuschungsversuch ertappt werden, werden von der weiteren Teilnahme an den Klausuren dieses Kurses ausgeschlossen. Die Klausuren werden in solchen Fällen mit der Note ungenügend (null Punkte) bewertet. Als Täuschungsversuch gelten sämtliche nach den allgemeinen Prüfungsvorschriften unerlaubten Verhaltensweisen (z.B. unerlaubte Zusammenarbeit, Abschreiben, "Spickzettel" und dergleichen), aber auch sämtliche Verstöße im Zusammenhang mit Hilfsmitteln (s.o.). Wird ein unzulässiges Hilfsmittel mitgeführt, gilt dies als Täuschungsversuch, ohne dass es auf eine Verwendungsabsicht oder die konkrete Bedeutung für die Lösung der Klausur ankommt.
- Bitte denken Sie daran, dass Sie sich ausweisen können (Personalausweis).

Aufgabe 1: Fingerübungen (5+5 Punkte)

Sofern bearbeitet, müssen diese Fingerübungen in den Übungsgruppen auf Aufforderung ohne Notizen vorgerechnet werden können!

(a) Berechnen Sie das Gravitationspotential im Innern (!) der Erde, indem Sie explizit das Integral

$$\phi(\mathbf{r}) = -G \int d^3\mathbf{r}' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

auswerten. Nehmen Sie an, dass die Erde eine homogene Massenverteilung hat und perfekt kugelförmig ist. (Hinweis: Nutzen Sie die Symmetrie des Problems aus!) Was passiert mit einem Stein, der in ein Bohrloch durch den Mittelpunkt der Erde fällt? Geben Sie die Lösung der Bewegungsgleichung explizit an.

(b) Berechnen Sie nun das Potential außerhalb der Erde durch explizite Integration.

Aufgabe 2: Trägheitsmoment der Erde (4+6 Punkte)

Die Erde ist ein abgeplattetes Rotationsellipsoid. Die Halbachsen sind $a = b = 6378\text{km}$ (am Äquator) und $c = 6357\text{km}$ (Polachse). Hier wollen wir die Trägheitsmomente der Erde um ihre Symmetrieachsen (Hauptachsen) bestimmen.

(a) Berechnen Sie das Volumenelement in Ellipsoidkoordinaten r, θ, ϕ

$$x = ar \sin \theta \cos \phi \quad (1)$$

$$y = br \sin \theta \sin \phi \quad (2)$$

$$z = cr \cos \theta$$

mit $0 < r < 1$, $0 < \phi < 2\pi$ und $0 < \theta < \pi$.

(b) Bestimmen Sie die Trägheitsmomente eines homogenen Rotationsellipsoids entlang der drei Hauptachsen durch den Schwerpunkt.

Aufgabe 3: Reversionspendel (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass für ein physikalisches Pendel zwei Drehachsen mit den Abständen ℓ_1 und ℓ_2 vom Schwerpunkt existieren, für die die zugehörigen Frequenzen kleiner Schwingungen gleich sind, und dass diese Längen durch $\ell_1 \ell_2 = J/M$ verknüpft sind (J ist das Trägheitsmoment bzgl. des Schwerpunktes). Zeigen Sie auch, dass die zugehörige Frequenz ω die Berechnung der Erdbeschleunigung g aus $g = \omega^2(\ell_1 + \ell_2)$ erlaubt. (Die Unterstützungspunkte liegen auf gerader Linie durch den Schwerpunkt; $\ell_1 + \ell_2$ ist daher einfach der Abstand der Achsen. Eine Bestimmung des Schwerpunktes ist nicht erforderlich.)

Aufgabe 4: Tennis (10 Punkte)

Wenn Sie schon einmal Tennis gespielt haben, so wissen Sie, dass Ihr Kraftaufwand beim Schlagen des Balles stark davon abhängt, an welcher Stelle der Ball den Schläger trifft. In dieser Aufgabe soll der Tennisschläger durch einen homogenen Stab der Länge L repräsentiert werden. Dieser Stab werde im Abstand x kurz von einem (sagen wir dem linken) Ende des Stabes von einem Ball getroffen. In welchem Abstand x muss dies geschehen, damit das linke Ende des Stabes anfangs in Ruhe bleibt. (Wenn Sie den Stab in der Hand hielten, müssten Sie in diesem Fall nur die auf den Stab wirkende Schwerkraft ausgleichen, aber keinen Rückstoß aufgrund des Ballkontaktes auffangen.)