

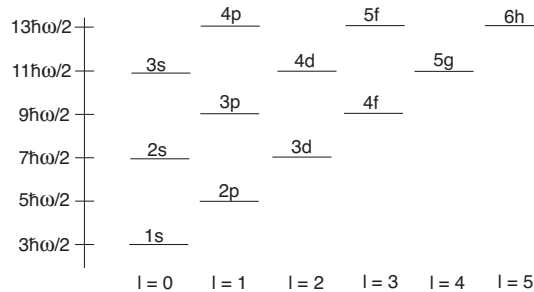
Übungen zur Quantenmechanik II

12. Übungsblatt

26. Jan. 2006

1. Niveaus des dreidimensionalen harmonischen Oszillators *

Der dreidimensionalen isotrope Oszillator hat folgendes Niveauschema,



Spektrum des dreidimensionalen harmonischen Oszillators nach Drehimpulsen $l=0, 1, \dots$ geordnet.

wobei die Niveaus wie beim Wasserstoffatom eine hohen Entartungsgrad haben. Der HAMILTON-operator hat die Form

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} \vec{p}^2 + \frac{m}{2} \omega^2 \vec{r}^2$$

so daß die übliche Entwicklung nach Drehimpulsen möglich ist. Eine einfachere Methode (siehe *Messiah*: Quantum Mechanics, Bd. I) besteht darin, \mathcal{H} als eine Summe dreier eindimensionaler Oszillatoren aufzufassen, so daß die Eigenwerte durch

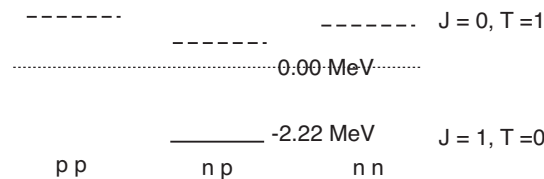
$$E = \hbar \omega (n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2})$$

mit ganzzahligen $n_i = 0, 1, 2, \dots$ gegeben sind. Allerdings muß man dann nachträglich die Zuordnung zu den Drehimpulsen finden.

Bestimmen Sie den Entartungsgrad der Niveaus und versuchen Sie für kleine Drehimpulse l die Wellenfunktionen zu finden.

2. Der $J = 1$ Grundzustand des Deuterons und seine Isospinzuordnung

Mit dem Konzept des *Isotopenspins* bzw. *Isospins* der Proton und Neutron als Isospin \uparrow und \downarrow interpretiert, läßt sich der $S = 1$ Zustands des Kerns des schweren Wasserstoffs leicht einordnen:



Die niedrigsten Isospin-Multipletts eines Systems von zwei Nukleonen. Nur der Triplettzustand ist stabil. Die Singulett-zustände produzieren nur Resonanzen in der Streuung bei niedrigen Energien, weil die Bindung zu schwach ist.

Konstruieren Sie die Isospin- und Spinwellenfunktionen. Berücksichtigen Sie dabei, daß das Produkt aus Spin- und Isospinanteil zusammen antisymmetrischen sein muß.

* Man kann diese Niveaus als Ausgangspunkt für eine qualitative Diskussion der Schalenstruktur der Atomkerne nehmen, allerdings muß man die Drehimpulsentartung aufheben, siehe GOEPPERT MAYER und JENSEN: Elementary Theory of Nuclear Shell Structure.