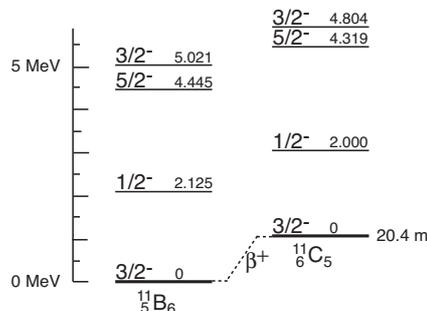


§3 Schalenstruktur der Atomkerne

Über die Kerne

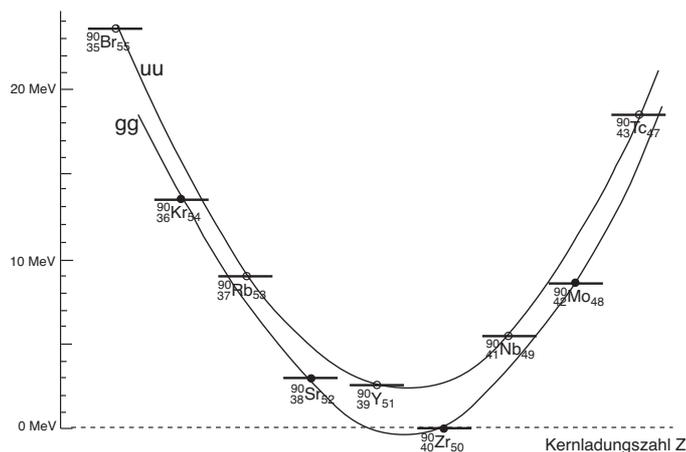
Einer der wichtigsten Fakten ist die Gleichheit der Wechselwirkung zwischen den Protonen und Neutronen, *starke Wechselwirkung* genannt, die die Atomkerne bilden. Neutronen und Protonen untereinander haben dieselbe Wechselwirkung und auch untereinander ist sie gleich. Dies sieht man z.B. an den sogenannten *Spiegelkernen*, bei denen bei gleicher Baryonenzahl Neutronen durch Protonen und umgekehrt ausgetauscht sind, wie in dem folgenden Niveauschema.



Vergleich der Grundzustände und Anregungen niedriger Energie von ${}^{11}_5\text{B}_6$ und ${}^{11}_6\text{C}_5$.

Natürlich gibt es Abweichungen von diesem Ideal. Protonen haben eine elektrische Ladung, die zur Minderung der Bindungsenergie führt, wie auch in der Abbildung sichtbar. Dort werden die *isobaren* Bor- und Kohlenstoffkerne mit 5 Protonen und 6 Neutronen bzw. 6 Protonen und 5 Neutronen miteinander verglichen. ${}^{11}\text{C}$ ist instabil gegenüber ${}^{11}\text{B}$, weil seine Energie ≈ 1 MeV grösser ist. Es zerfällt durch β -Zerfall, genauer β^+ , bei dem ein Proton sich in ein Neutron verwandelt.

Ein zweites wichtiges Faktum ist die Paarungsenergie. Zwei Protonen oder zwei Neutronen in einem Kern bilden ein Paar, analog zur Paarbildung von Elektronen in einem Supraleiter. Die Ursache hierfür ist eine attraktive Wechselwirkung bei größeren Abständen. Kerne mit gerader Protonenzahl und gerader Neutronenzahl (*gg*) sind energetisch gegenüber solchen mit ungerader



Grundzustandsenergien der Isobaren zum stabilen ${}^{90}_{50}\text{Zn}_{40}$ zusammen mit den radioaktiven ${}^{90}_{52}\text{Sr}_{38}$.

Protonenzahl und ungerader Neutronenzahl (*uu*) begünstigt. Wie in der Abbildung für die Grundzustandsenergie für die Baryonenzahl $A = 90$ sichtbar, sind die Massen oder Energien der *uu*-Kerne um etwas mehr als 2 MeV über denen der *gg*-Kerne. Dabei ist die untere Kurve für die *gg*-Kerne

ziemlich genau eine Parabel, während die obere für die uu -Kerne etwas abgeändert ist, damit sie durch die experimentellen Werte geht.

Damit zusammenhängend haben stabile Kerne mit ungerader Kernladungszahl Z fast immer eine gerade Neutronenzahl N . Eine bekannte Ausnahme ist das natürlich vorkommende Kalium-40, das aber nicht stabil ist und nur wie das Uran eine sehr große Halbwertszeit hat. Wegen der *Paarung* der Nukleonen besitzen gg -Kerne keinen Spin im Grundzustand. Die biologisch interessantesten Elemente wie Kohlenstoff und Sauerstoff sind damit bei Kernspinuntersuchungen nicht *sichtbar* (das seltener Isotop ^{17}O ausgenommen). Die Paarbildung hat also zur Folge, daß im Gegensatz zur HUNDSCHEN Regel bei Atomen, die Kerne einen möglichst kleinen Spin haben.

Im folgenden soll kurz das Schalenmodell für die Kerne skizziert werden. Es unterscheidet sich in einigen Punkten von dem der Atome, aber das Prinzip ist dasselbe, wie gezeigt werden soll.

Magischen Zahlen und Schalenstruktur

Was entspricht bei den Kernen den Edelgasen bei den Atomen? Dies ist eine der zentrale Frage, deren Beantwortung für die Konstruktion eines Schalenmodells für die Kerne wichtig war. Es sind die sogenannten *magischen Zahlen*. Für Atome sind diese Zahlen 2, 10, 18, 36, 54, 86 und gleich der Kernladung Z oder der Anzahl der Elektronen der Edelgase He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn. Die besonders "günstigen" Kernen im Sinne ihrer Bindungsenergie oder damit zusammenhängend ihrer Häufigkeit gehören führen auf folgende Zahlen

$$2 \quad 8 \quad 20 \quad 28 \quad 50 \quad 82 \quad 126 \quad . \quad (1)$$

Wegen der *Invarianz* der Kernkräfte sollten die magische Zahlen für Neutronen und für Protonen gleich sein. Deshalb sind doppelt *magische Kerne* wie $^4_2\text{He}_2$, $^{16}_8\text{O}_8$ und $^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$ besonders stabil. Das Bleisotop ^{208}Pb ist Endpunkt der radioaktiven Zerfallsketten, die vom Uran anfangen. Es ist eines der *schwersten* stabile Kerne überhaupt. Für Details soll auf das Buch von GOEPPERT-MAYER & JENSEN* verwiesen werden.

Als einfachstes und vielleicht etwas grobes Modell zur Schalenstruktur wird der dreidimensionale harmonische Oszillator genommen. Die Idee dabei ist, daß die Nukleonen sich in einem zentralsymmetrischen Potential bewegen, daß sie selber erzeugen. Da es kein Kraftzentrum, wie bei den Atomen gibt, wird das Potential immer Inneren des Kern *flach* sein und nach den Rändern dann ansteigen. Man könnte auch einen Potentialtopf nehmen. Ein Zwischending zwischen einem $3d$ -Oszillator und einem Potentialtopf gibt die experimentell gefundenen Niveauabfolge wohl am besten wieder. Hier also zuerst die Abfolge der Niveaus im Oszillator

	$n_1 + n_2 + n_3$	Bezeichnung	Entartung	$2 \times$ Summe
	0	1s	1	2
	1	1p	3	8
Klassifikation der Niveaus	2	1d 2s	6	20
eines $3d$ -Oszilators	3	1f 2p	10	40
	4	1g 2d 3s	15	70
	5	1h 2f 3p	21	112
	6	1i 2g 3d 4s	28	168

* Maria GOEPPERT-MAYER & J. Hans D. JENSEN, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure, Wiley 1955.

Der Grundzustand ist der $1s$ -Zustand. Mit einer Anregung $1\hbar\omega$ bekommt mit der Besetzung (n_1, n_2, n_3) der drei Oszillatoren drei $1p$ -Zustände mit $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$. Entsprechend bei $2\hbar\omega$ sind es die sechs Zustände $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, 2)$ und $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, die nach Drehimpulse umgruppiert fünf $1d$ -Zustände und ein $2s$ -Zustand ergeben. Der Entartungsgrad ist allgemein für $n = n_1 + n_2 + n_3$ gleich dem Binominalkoeffizienten $\binom{2+n}{n}$. Je größer n ist um so mehr Drehimpulse $l = 3, 4, 5, 6$ mit der Bezeichnung f, g, h, i tauchen auf, wie man der Tabelle entnehmen kann. Außerdem sieht man das Funktionen mit gerader Parität und ungerader Parität mit steigendem n sich abwechseln.

Für Atomkerne hat man diesen hohe Entartung nicht, sondern die Niveaus mit gleichem Drehimpuls verschieben sich gegeneinander. Dabei sind die mit größten Bahndrehimpuls l am niedrigsten (die Tabelle ist so notiert, daß diese Niveaus links stehen). Diese Korrektur genügt aber nicht für ein Schalenmodell. Nur mit die ersten drei magischen Zahlen (1) bekommt man eine Übereinstimmung.

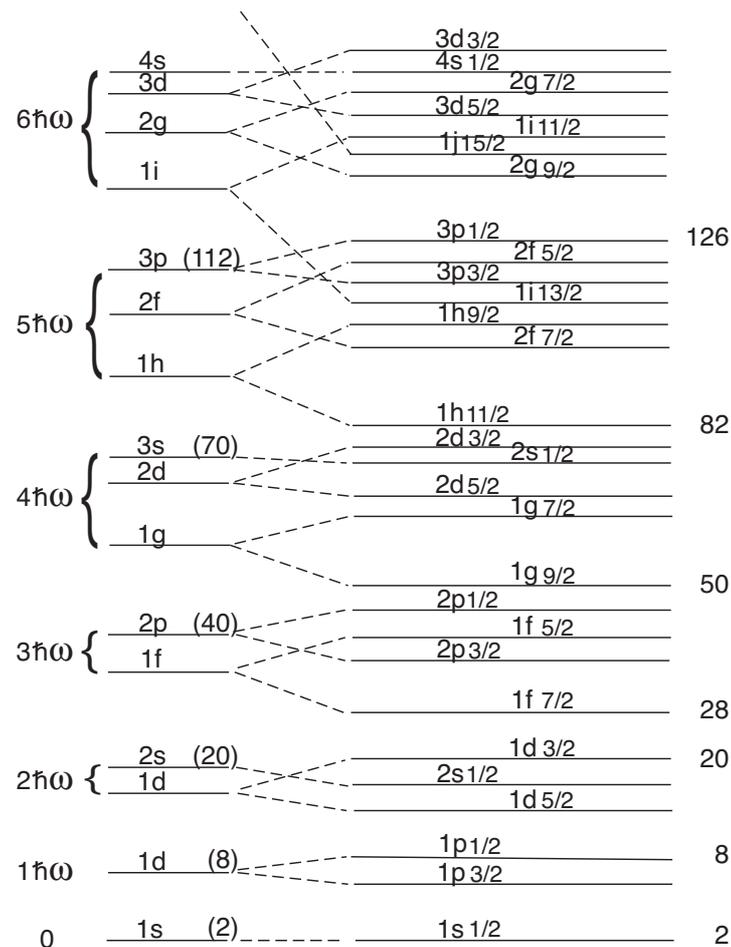
Man muß noch die Spinbahnwechselwirkung berücksichtigen. Die Niveaus mit gleichen Drehimpuls l spalten dann nach dem Gesamtdrehimpuls $j = l + 1/2$ und $j = l - 1/2$ auf, wobei die Gruppe mit dem größeren Drehimpuls $j = l + 1/2$ energetisch günstiger ist. Die Größe der Spinbahnkopplung

	Schale	Bezeichnung	Anzahl	Summe
	1	$1s_{1/2}$	2	2
	2	$1p_{3/2} \ 1p_{1/2}$	6	8
Klassifikation der Niveaus für die Schalenstruktur der Kerne	3	$1d_{5/2} \ 1d_{3/2} \ 2s_{1/2}$	12	20
	3'	$1f_{7/2}$	8	28
	4	$2p_{3/2} \ 1f_{5/2} \ 2p_{1/2} \ 1g_{9/2}$	22	50
	5	$1g_{7/2} \ 2d_{5/2} \ 1h_{11/2} \ 2d_{3/2} \ 3s_{1/2}$	32	82
	6	$1h_{9/2} \ 1i_{13/2} \ 2f_{7/2} \ \ 2f_{5/2} \ 3p_{3/2} \ 3p_{1/2}$	44	126

nimmt mit wachsenden Drehimpuls zu, so daß jeweils das Niveau mit dem größten Gesamtdrehimpuls j in die nächsttiefere Schale wechselt. Zum ersten Mal passiert dies mit dem $1f_{7/2}$ -Niveau von der vierten zur dritten Schale. Zum ersten Mal tritt das bei dem f -Niveau auf. Die Absenkung für das $1f_{7/2}$ ist aber nicht groß genug, so daß es eine separate *Schale* bildet. Eigentlich ist das schon alles, um aus den harmonischen Oszillatorzahlen *magische* Zahlen zu machen. Wie man jedoch an der Tabelle für die Kernniveaus sieht, muß einiges innerhalb der Schalen umgeordnet werden. Jedenfalls jenseits von $Z = 50$ oder $N = 50$. Dies ist auch eine Folge der starken Spinbahnwechselwirkung. Hinzukommt, daß die Anordnung der Niveaus für Protonen und Neutronen jenseits der magischen Zahl 50 in den Schalen unterschiedlich ist. Die Tabelle ist für Protonen, wobei eigentlich in der sechsten Schale mit den aufgefüllten $2f_{7/2}$ -Zuständen mit $Z = 114$, angedeutet durch einen senkrechten Strich, zunächst Schluß ist. Für Neutronen ginge die Liste noch weiter.

Natürlich ist es das experimentelle Material, die dieser Klassifikation der Niveaus zu Grunde liegt. Eine graphische Darstellung der Verschiebungen der Niveaus bringt vielleicht die Einfachheit dieses Ordnungsschemas klarer zum Ausdruck. In der Abb. auf der linken Seite sind die Oszillatorniveaus mit der Reihenfolge wie in der ersten Tabelle gezeichnet. Die mit größeren Drehimpuls sind die unteren. Bis auf die s -Zustände spalten sie durch den Spinbahnwechselwirkung auf, bei größeren Drehimpulsen ist die Aufspaltung größer. So können die untersten Zustände mit der größten Spinbahnaufspaltung die Schalen wechseln. Die Zahlen ganz rechts geben die Anzahl der

Niveaus an bis zur vollständigen Füllung. Ohne die Spinbahnkopplung bekäme man, die links in Klammern stehende Zahlen wie in der erste Tabelle.



Schema der Kernniveaus (für Neutronen), das die Spinbahnkopplung berücksichtigt.

Was noch fehlt sind die *Kopplungsregeln*, entsprechend den HUNDSchen Regeln für die Atome. Wenn ein Schale völlig gefüllt ist, ist der Spin Null. Welchen Spinwert hat aber ein Atomkern mit ungefüllter Schale?

Kopplungsregeln

Den HUNDSchen Regeln entsprechende Regeln gibt es auch für die Grundzustände der Kerne.

Regel 1. Der Grundzustand aller Kerne mit gerader Anzahl von Protonen und Neutronen hat Drehimpuls Null und ist von gerader Parität

Regel 2. Der Grundzustand aller Kerne mit ungerader Anzahl von Protonen und einer geraden von Neutronen wird allein von den Protonen bestimmt. Analog bei Kernen mit einer geraden Anzahl von Protonen bestimmen die ungeradzahlig Neutronen den Grundzustand.

Meistens sind es Spin und Parität des letzten *ungeraden* Nukleons, die den Grundzustand des Kerns bestimmen. Es sind Spin und Parität der obersten Schale, der das Proton oder Neutron gerade angehört. Deshalb ist die dritte Regel in der folgende Weise formuliert.

Regel 3. Der Grundzustand aller Kerne mit ungerader Nukleonenzahl A koppeln die Spins der ungeradzahligen Sorte in der Weise, daß Spin und Parität der ungefüllten Schale den Grundzustand bestimmen.

Diese Regel gilt in den meisten Fällen ...