

From Galvani to Ohm...

Nach dem Buch "A History of the Theories of AETHER & ELECTRICITY" von Edmund Whittaker sind die folgenden dargestellten Entwicklungen am besten nach Namen zu ordnen, wobei nach Oersteds Entdeckung, innerhalb weniger Wochen in Paris alles zunächst wesentliche geklärt worden ist.

- 1820 Hans Christian Oersted: Ströme erzeugen Magnetfelder, die kreisförmig den stromdurchflossenen Draht umgeben.
- 1820 Jean-Baptiste Biot & Félix Savart finden die Formel oder das nach ihnen benannte Biot-Savart "Gesetz".
- 1825 André-Marie Ampère: Erfindet den Begriff "Elektrodynamik" und verfaßt das Standardwerk¹, das in der Folgezeit bis zu Maxwell und den Maxwellianer (Heaviside, Fitzgerald, Hertz, etc.) einen großen Einfluß hatte. Viele andere Dinge von Ampère, wie die Formel für die Lorentzkraft oder die Äquivalenz einer magnetischen Dipolschicht mit einer Stromschleife an der Berandung dieser Schicht, sind auch heute noch präsent, allerdings unter anderen Namen oder namenlos...

Ampère formulierte seine Ergebnisse im Sinne von Newton als Ursache von Kräften zwischen Strömen oder genauer zwischen Stromelementen

$$\delta \vec{F}_{12}^{amp} = -\vec{r}_{12} \frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} \left[2 (\vec{ds}_1 \cdot \vec{ds}_2) - \frac{3}{r_{12}^2} (\vec{ds}_1 \cdot \vec{r}_{12}) (\vec{ds}_2 \cdot \vec{r}_{12}) \right] \quad (*)$$

eine Formel, die heute aus verständlichem Grund nicht mehr bekannt ist.

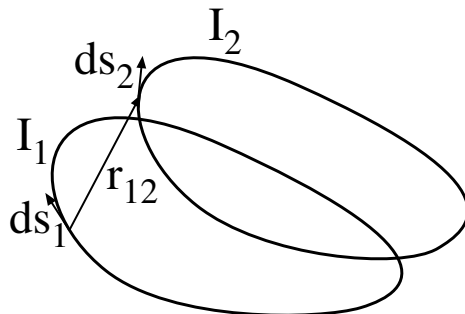


Abb.1: Zur Veranschaulichung der Ampèreformel (*), die ausdrückt, daß die Kräfte zwischen zwei Stromelementen in Richtung der Verbindungslinie \vec{r}_{12} ist.

Heute² würde man zuerst nach Biot-Savart das Magnetfeld eines Stückchen des Stromkreises I_1 ausrechnen. Mit $I_1 [\nabla_2 \times \vec{ds}_1 / r_{12}]$ oder nach Biot-Savart ist das Magnetfeld

$$d\vec{H}_2 = I_1 \frac{[\vec{ds}_1 \times \vec{r}_{12}]}{r_{12}^3}$$

und mit der Lorentzkraft ist dann die Kraft zwischen den beiden Stromelemente $\delta \vec{F}_{12} =$

$$I_2 [d\vec{s}_2 \times d\vec{H}_2] = \frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} [d\vec{s}_2 \times [\vec{ds}_1 \times \vec{r}_{12}]] = -\frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} [\vec{r}_{12} (\vec{ds}_1 \cdot \vec{ds}_2) - \vec{ds}_1 (\vec{ds}_2 \cdot \vec{r}_{12})] \quad (**)$$

¹ Mém. de l'Acad. vi (1825), S. 175

² siehe z.B. J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, John Wiley 1975.

und damit verschieden von Ampères Formel. Aber auch die letzte Formel sieht nicht vernünftig aus, denn Newtons Postulat *actio = reactio* ist verletzt. Dies läßt sich aber leicht reparieren. Die Kraft eines Stromelementes des zweiten Stromkreises auf ein Stromelement des ersten Stromkreises ist mit $\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$ analog zu (**)

$$\delta\vec{F}_{21} = \frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} [d\vec{s}_1 \times [d\vec{s}_2 \times \vec{r}_{21}]] = +\frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} [\vec{r}_{12} (d\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2) - d\vec{s}_2 (d\vec{s}_1 \cdot \vec{r}_{12})]$$

so daß zunächst $\delta\vec{F}_{12} \neq -\delta\vec{F}_{21}$ ist. Modifiziert man (**), indem ein Term wie der zweite in $\delta\vec{F}_{21}$ hinzugefügt wird, dann ist

$$\delta\vec{F}_{12}^{mod} = -\frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} [\vec{r}_{12} (d\vec{s}_1 \cdot d\vec{s}_2) - d\vec{s}_1 (d\vec{s}_2 \cdot \vec{r}_{12}) - d\vec{s}_2 (d\vec{s}_1 \cdot \vec{r}_{12})] \quad (***)$$

und damit auch $\delta\vec{F}_{12}^{mod} = -\delta\vec{F}_{21}^{mod}$. Der “Trick” dabei ist, daß dieser Term keinen Beitrag liefert, wenn man die Kräfte eines gesamten Stromkreises betrachtet. Es gilt

$$\oint_{1'} \frac{(d\vec{s}_1 \cdot \vec{r}_{12})}{r_{12}^3} = 0 \quad (+)$$

denn $\vec{r}_{12}/r_{12}^3 = \nabla_1 1/r_{12}$, so daß für die Kraft F zwischen den beiden Stromkreisen nur das Integral über den ersten Term, also

$$\vec{F}_{12} = -I_1 I_2 \oint_{1'} \oint_{2'} (d\vec{s}_1 \cdot d\vec{s}_2) \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3}, \quad (++)$$

übrigbleibt.

Ampères Formel (*) ist eine Zentralkraftformel und ergibt dieselbe Kraft, wie die gerade diskutierte “modernen” Formeln (**) oder (***), was nicht so ohne weiteres zu sehen ist. Der wichtige Punkt ist jedoch, daß Ampère Ströme mit Kräften in einer quantitativ richtigen Form miteinander verknüpfte und damit der Messung der Stromstärken ein solides Fundament gab. Daß er dabei die magnetischen Kräfte analog zu den Gravitationskräften als Zentralkräfte auffaßte, ist verständlich, da der uns heute geläufige Feldbegriff noch nicht entwickelt worden war.

Um zu sehen, daß Ampères Formel (*) auch zu derselben Gesamtkraft (++) zwischen zwei Stromkreisen führt, benutzt man am besten die Formel für die Feldstärke eines “Dipols” $d\vec{s}_2$. Mit $d\vec{s}_1$ multipliziert, um einen skalaren Ausdruck wie in (*) zu bekommen, ist dies

$$(d\vec{s}_1 \cdot \nabla_1) \frac{(d\vec{s}_2 \cdot \vec{r}_{12})}{r_{12}^3} = \frac{(d\vec{s}_1 \cdot d\vec{s}_2)}{r_{12}^3} - \frac{3(d\vec{s}_1 \cdot \vec{r}_{12})(d\vec{s}_2 \cdot \vec{r}_{12})}{r_{12}^5},$$

so daß das Integral über den Stromkreis ‘1’

$$\oint_{1'} \vec{r}_{12} (d\vec{s}_1 \cdot \nabla_1) \frac{(d\vec{s}_2 \cdot \vec{r}_{12})}{r_{12}^3} = - \oint_{1'} d\vec{s}_1 \frac{(d\vec{s}_2 \cdot \vec{r}_{12})}{r_{12}^3} \quad (+++)$$

wobei das Integral auf der rechten Seite sich durch partielle Integration ergibt. Integriert man zunächst längs des zweiten Stromkreis ‘2’, so verschwindet wegen (+) dieser Beitrag. Also gibt auch die Ampèresche Formel (*) für die Summe der Kräfte (++), wie behauptet.

Die Formel von Ampère ist durch experimentelle Beobachtungen gefunden worden. Der zentrale Punkt ist, daß sich bei einer Vergrößerung der Stromkreise und auch der Abstände zwischen ihnen die Kräfte zwischen den Stromkreisen sich nicht ändern. Dabei bleiben die Ströme I_1 und I_2 gleich. Mit dem Coulombgesetz nimmt die Kraft zwischen zwei Ladungen wie $1/r_{12}^2$ ab. Verteilt man diese beiden Ladungen auf zwei Stromkreisen, wie in Abb.1, dann ergibt sich eine Formel wie (*). Eigentlich erhält man nur der erste Teil. Der zweite Teil ist von Ampère hinzugefügt worden, damit die Gesamtkraft der Stromschleife von I_1 auf das Stromelement $I_2 d\vec{s}_2$ in senkrechter Richtung zur Tangente an dem Punkt der Stromschleife I_2 angreift. Berechnet man das Integral

$$\oint_{I_1} d\vec{s}_1 \delta F_{12}^{amp} = 0$$

so läßt sich mit Hilfe von (+++) und der Beziehung davor zeigen, daß in der Tat der Fall ist. Diese Bedingung an die Kraft war Ampère wichtig, weil eine tangentielle Kraft, den Strom beschleunigt hätte.

Zum besseren Verständnis dieses historischen Exkurses ein Zitat aus “Fundamentals of Electricity & Magnetism” von Leonard B. Loeb (John Wiley 1947). Dort steht auf S. 7 unter “Development of Electricity and Magnetism”:

- a. Static Period, beginning in 1600 with William Gilbert's book on magnetism, *DeMagnete*, and ending in 1799 with the discovery of the galvanic cell. It is divided into:
 1. A qualitative period containing the magnetic discoveries of Gilbert, the discoveries of two types of electrification by von Guericke and du Fay, of conduction by Gray 1729, of the Leiden jar about 1746, and of Franklin's proof of the nature of lightning 1750.
 2. The quantitative period beginning with the measurement of magnetic poles and electrical quantity initiated by Charles A. Coulomb and Henry Cavendish about 1785–1798.
- b. The Current Period, beginning in 1799 with the voltaic pile and extending to Faraday's discovery of electromagnetic induction in 1831. It covers the discovery of the magnetic effect of a current by Oersted in 1819, the development of the laws of the magnetic fields produced by currents by Ampère in 1820 and later; the development of the first motors by Faraday and Ampère as well as the carbon arc by Davy in 1822; and the discovery of the laws of resistance by Ohm in 1827.
- c. The Electrotechnical or Instrumental Period, beginning in 1831 with Faraday's discovery of the electromagnetic induction and ending with the development of the electromagnetic theory by Maxwell in 1865. It covers a great period of developments of methods of quantitative measurement and the application of electricity to practical problems. In this period lie the discovery of self-induction Joseph Henry in 1832; Faraday's law of electrolysis, 1834; Lenz's law of induction 1835–1839; the concept of specific inductive capacity and capacity by Faraday, 1838; Wheatstone's bridge, 1843; Kirchhoff's law, 1846; the beginning of the unification of electrical phenomena through generalization of the concepts of capacity and potential by Gauss, Green, and Lord Kelvin, 1832–1850; and the beginning of absolute measurements of the fundamental electric units and the determination of the ratio between the electromagnetic and electrostatic systems by Wilhelm Weber, 1840–1852. In this period also began the evolution of the dynamo, from the Faraday disk in 1831 and the earth inductor of Faraday in 1832, to the development of a practical dynamo by Werner von Siemens in 1866.
- d. The systematic Period, beginning with the important mathematical generalization of Maxwell's electromagnetic theory in 1865–1873 and terminating with the discovery of the electron by J.J. Thomson in 1896 . . .