Wiederholung vom 28.10.2004

Erzeugung elektromagnetischer Wellen: Hertzscher Dipol

Lorentz-Eichung : $\nabla \vec{A} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial \phi}{\partial t}$

mit Vektorpotential des Dipols : $\phi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}\,(\vec{p} + \frac{r}{c}\dot{\vec{p}})}{r^3}$

$$\vec{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

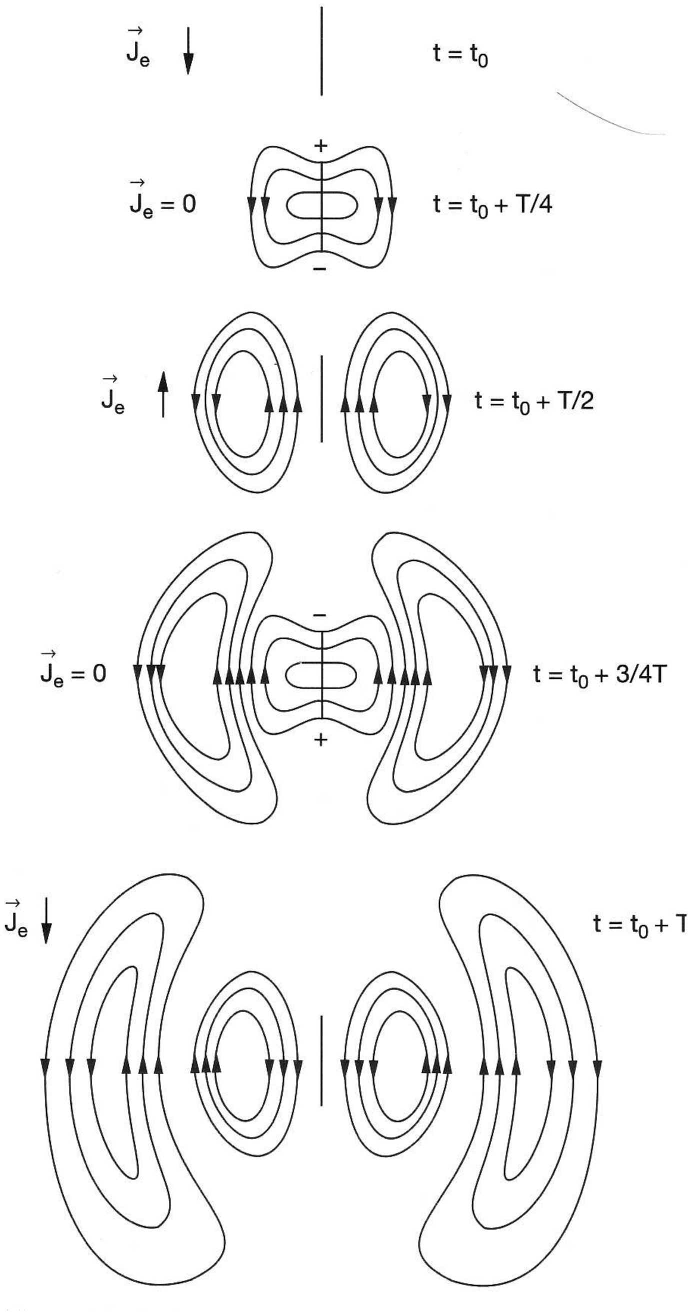
$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{3(\vec{p}\cdot\hat{r})\hat{r} + \vec{p})}{4\pi\varepsilon_0 r^3} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^3}\left[\ddot{\vec{p}}(t - r/c)\times\vec{r}\right]\times\vec{r}$$

Dipolfeld, fällt mit $\frac{1}{r^3}$ $\qquad\qquad$ $\propto \ddot{\vec{p}}$, fällt mit $\frac{1}{r}$

im Fernfeld : $\left|\vec{E}\right| = \frac{\ddot{p}(t - r/c)}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}\sin\vartheta$

allgemein: beschleunigte Ladung sendet elektromagnetische Wellen aus (Bremsstrahlung, Synchrotronstrahlung)

Abstrahlung eines Hertzschen Dipols:



Strahlungsleistung $S = \dfrac{q^2 d_0^2 \omega^4 \sin^2 \vartheta}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 r^2} \sin^2 \omega(t - r/c)$

gemittelt über alle Winkel $P = \dfrac{q^2 d_0^2}{12\pi\varepsilon_0 c^3} \omega^4$

Elektromagnetische Wellen in Materie

Maxwell-Gleichungen:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \nabla \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \qquad \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Isolatoren: keine freien Ladungsträger $\vec{j} = 0 \qquad \rho = 0$

Wellengleichung:

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{c'^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Lichtgeschwindigkeit im Medium: $c' = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}$

im linearen Bereich gilt: $\vec{P} = N\alpha\vec{E}$

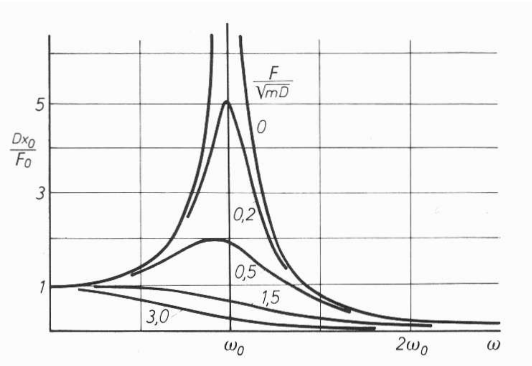
$$\Rightarrow \Delta \vec{E} = \frac{1}{c'^2}\left(1 + \frac{N\alpha}{\varepsilon_0}\right)\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad n^2 = 1 + \frac{N\alpha}{\varepsilon_0}$$

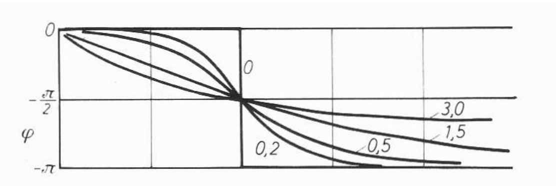
mikroskopisches Modell: Anregung gedämpfter harmonischer Oszillatoren (gebundene Elektronen, quantenmechanisch: Übergänge zwischen elektronischen Niveaus)

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + Dx = -eE_0 e^{-i\omega t}$$

$$x(t) = -\frac{eE_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} e^{-i\omega t} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \qquad \gamma = \frac{b}{m}$$

$$x(t) = -\frac{eE_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}} e^{-i(\omega t + \varphi)}$$





Dipolmoment:

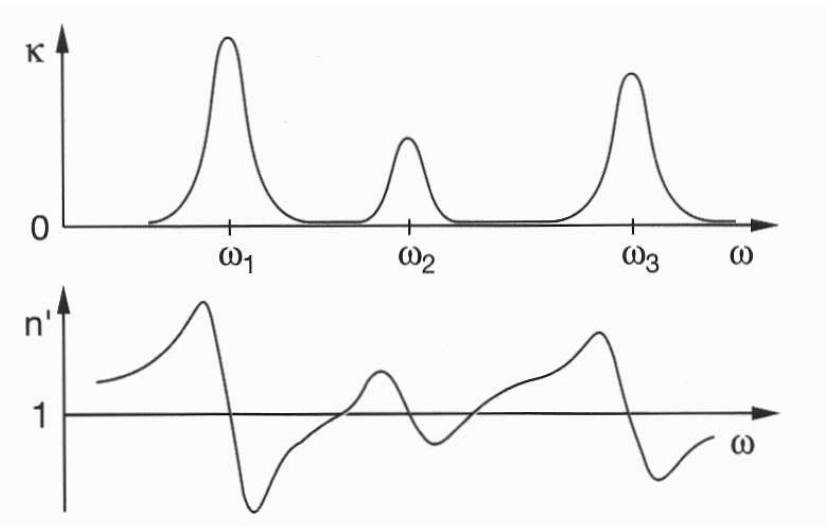
$$p = -e \cdot x(t) = \frac{e^2 E_0 / m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} e^{-i\omega t} = \alpha(\omega) E_0 e^{-i\omega t}$$

$$n^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}$$

komplexer Brechungsindex, gilt für dünne Medien (Dipole sind unabhängig von einander)

Allgemeiner: $$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{e^2 N}{3\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega}$$

komplexer Brechungsindex: $n = n' + i\kappa = 1 - \delta + i\beta$



Absorption in einer Schicht der Dicke *d*

(Beer-Lambertsches Gesetz): $I = I_0 e^{-\mu d}$ $\quad \mu = \frac{4\pi\kappa}{\lambda} = 2k\kappa$