Wiederholung vom 10.01.2005

longitudinale und transversale Kohärenz

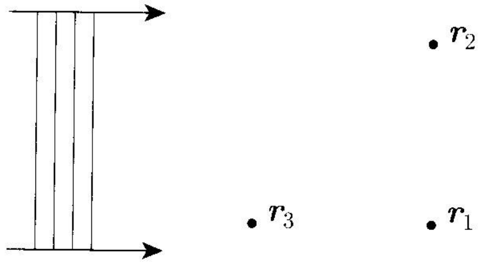

Abbildung 1: Eine sich nach rechts ausbreitende Wellenfront

transversale Kohärenz: $|\vec{r}_2 - \vec{r}_1| \ll \frac{\lambda}{\Theta_s}$ mit Θ_s Sichtwinkel der Quelle. Messbar mit Doppelspaltexperiment.

longitudinale Kohärenz: $|\vec{r}_3 - \vec{r}_1| \ll \frac{c}{\Delta\nu}$. Messbar mit Michelson-Interferometer

Korrelationsfunktionen

$\Phi(t)$ und $\Psi(t)$ seien komplexe Funktionen. Dann ist

$$\Phi * \Psi = \langle \Phi^*(t)\Psi(t+\tau)\rangle = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} dt\ \Phi^*(t)\Psi(t+\tau) \qquad (1)$$

eine Korrelationsfunktion.

Ψ und Φ gleich: Autokorrelationsfunktion
Ψ und Φ unterschiedlich: Kreuzkorrelationsfunktion

normierte Autokorrelationsfunktion

Es sei $E(t)$ die komplexe Amplitude des elektrischen Feldes. Dann ist

$$\gamma(\tau) = \frac{\langle E^*(t)E(t+\tau)\rangle}{\langle E^*(t)E(t)\rangle} \qquad (2)$$

die normierte Korrelationsfunktion oder auch "Grad der zeitlichen Kohärenz"

Betrag von $\gamma(\tau)$: Mass für den Grad der Kohärenz
Phase von $\gamma(\tau)$: beschreibt die am besten passende Phasenlage

$|\gamma(\tau)| = 1$: vollständig kohärent
$|\gamma(\tau)| > 0,88$: fast vollständig kohärent
$|\gamma(\tau)| > 0$: teilweise kohärent
$|\gamma(\tau)| = 0$: inkohärent

Auf dem Leuchtschirm eines Michelson-Interferometers gilt auf der optischen Achse für die Intensität

$$\langle (E^*(t)+E^*(t+\tau))(E(t)+E(t+\tau))\rangle = \langle |E(t)^2|\rangle (1+\gamma(\tau)) \quad (3)$$

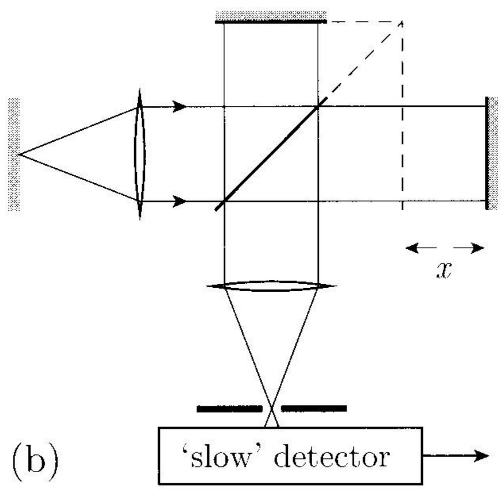

Abbildung 2: Prinzip eines Michelson-Interferometers

Sichtbarkeit $V = \frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}} = |\gamma(\tau)|$

Wiener-Khinchin-Theorem

Es sei $V(t)$ der Realteil der komplexen Funktion $E(t)$. Dann ist

$$\gamma^R(\tau) = \frac{\langle V(t)V(t+\tau)\rangle}{\langle V(t)V(t)\rangle} \tag{4}$$

wobei $\gamma^R(\tau) = \mathrm{Re}\ \gamma(\tau)$ und es gilt

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \gamma^R(\tau) e^{i\omega\tau} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0\epsilon_r}} \langle V^2(t)\rangle P(\omega) \tag{5}$$

(Wiener-Khinchin-Theorem). Folglich ist die Fouriertransformierte des Realteils von $\gamma^R(\tau)$ proportional zur spektralen Intensitätsverteilung $P(\omega)$. Dies ist die Grundlage der Fourierspektroskopie.

Fourierspektroskopie

Realisierbar mit einem Michelson-Interferometer. Dabei wird ein Arm um die Strecke x bewegt und es gilt $\tau = 2x/c$. Für die Intensität gilt dann

$$I = \langle V^2(t)\rangle(1 + \gamma^R(\tau)) \tag{6}$$

und $\gamma^R(\tau) = I(t) - I(0)/2$. Durch die Fouriertransformation der Messgröße $I(t) - I(0)/2$ erhält man somit $P(\omega)$.

Fourierspektroskopie wird z.B. im Infrarotbereich angewendet (IR-Fourierspektroskopie) und dient in diesem Bereich zur Untersuchung von Schwingungs-Rotationsspektren in Molekülen.

normierte Kreuzkorrelationsfunktion

Die Funktion

$$\gamma_{12}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \frac{\langle E_1^*(\vec{r}_1, t) E_2(\vec{r}_2, t+\tau) \rangle}{\sqrt{\langle |E_1(\vec{r}_1, t)|^2 \rangle \langle |E_2(\vec{r}_2, t)|^2 \rangle}} \tag{7}$$

nennt man "normierte Kreuzkorrelationsfunktion" oder auch "Grad der räumlichen Kohärenz. Sie lässt sich mit einem Doppelspaltexperiment messen.